

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 4 dicembre 1904.

P. BLASERNA, Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Fondamento intrinseco della pangeometria.*
Memoria del Corrispondente E. CESÀRO.

Chimica. — *Ricerche sopra alcuni composti dell'azoto.* Memoria del Corrispondente A. ANGELI.

I due precedenti lavori saranno pubblicati nei volumi delle Memorie.

Matematica. — *Sul sistema di certe formole di Betti estese.*
Nota del Corrispondente ERNESTO PASCAL.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Astronomia. — *Osservazioni della cometa di Encke.* Nota del Corrispondente E. MILLOSEVICH.

Cogli elementi calcolati da Thonberg e le perturbazioni di primo ordine per l'azione di Giove fra 1901 e 1904 i signori Kaminsky e Ocoulitsch calcolarono l'effemeride della cometa per il 1904 in AN.

Con tre ore e mezza di posa col telescopio fotografico Bruce Kopft, all'Osservatorio astrofisico di Königsthul presso Heidelberg, trovò la cometa debolissima e diffusa l'11 Settembre. Indarno io tentai di vedere l'astro il 15 Settembre e il 5 Ottobre coll'equatoriale di 39 cm. usando le precauzioni che la tecnica insegna. Neppure il dott. Bianchi vi riuscì. Il 28 Ottobre, credo primo in Europa, vidi la cometa, ma la debolezza di luce era tale da non permettere una posizione se non approssimata.

1904 Ottobre 28	6 ^h 30 ^m Roma C.R.
α . . . =	23 ^h 37 ^m 58. ^s
δ . . . = +	26° 1'4.

Il 29 Ottobre ho la conferma di aver osservato veramente la cometa. Solo il 7 Novembre mi riesce di fare con grande difficoltà la posizione col micrometro filare ad amplificazione bassa. Nessuna definizione nucleare.

1904 Novembre 7	6 ^h 26 ^m 15 ^s R.C.R.
α apparente cometa	22 ^h 50 ^m 39 ^s .93 (9 ^a .204)
δ " " +	22°19' 20".1 (0.487)

Nell'intervallo di 20 di la cometa si fece lucente per l'accostarsi al sole e alla terra. Il 27 Novembre il dott. E. Bianchi la osservò come segue:

1904 Novembre 27	7 ^h 42 ^m 46 ^s R.C.R.
α apparente cometa	21 ^h 27 ^m 10 ^s .55 (9.459)
δ " " +	11°44' 25".4 (0.672)

Dalle note di osservazioni del prefato astronomo copio quanto segue: cometa lucente, assai diffusa a forma di ventaglio con coda orientata quasi esattamente da est per ovest; osservazioni difficili per mancanza di nucleo apprezzabile, l'estremo est della cometa ha la maggiore lucentezza e si assume come regione nucleare.

Il 28 Novembre io osservai la cometa come segue:

1904 Novembre 28	6 ^h 43 ^m 4 ^s R.C.R.
α apparente cometa	21 ^h 23 ^m 37 ^s .71 (9.307)
δ " " +	11°11' 48".2 (0.663)

Il 30 Novembre il dott. Bianchi ebbe:

1904 Novembre 30	9 ^h 26 ^m 33 ^s R.C.R.
α apparente cometa	21 ^h 15 ^m 48 ^s .88 (9.625)
δ " " +	9° 58' 38".6 (0.433)

L'ultima mia posizione è dell' 1 Dicembre.

1904 Dicembre 1	6 ^h 14 ^m 37 ^s R.C.R.
α apparente cometa	21 ^h 12 ^m 40 ^s .19 (9.283)
δ " " +	9°28'38".5 (0.681)

Nessuna sicura definizione di nucleo, osservazioni quindi soggette ad errori sistematici.

Geologia. — *Su alcuni terreni eocenici della Dalmazia.* Nota del Socio CARLO DE STEFANI.

Patologia. — *Ricerche preliminari dirette a precisare le cause del gozzo e del cretinismo endemici.* Nota del Socio B. GRASSI e del dott. MUNARON.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

Fisica matematica. — *Sulla deformazione d'un diedro isotropo d'ampiezza sottomultipla di π .* Nota di LUCIANO ORLANDO, presentata dal Corrispondente G. A. MAGGI.

Supponiamo che lo spazio s , limitato dalle due facce σ_1 e σ_2 d'un diedro d'ampiezza $\frac{\pi}{m}$, dove m denota un numero naturale, sia occupato da una sostanza solida, omogenea, isotropa, della quale rappresentino λ e μ le costanti elastiche. Noi studieremo la deformazione di questo solido, quando siano date in ogni punto di σ_1 le componenti tangenziali di spostamento e quella normale di tensione, e, viceversa, in ogni punto di σ_2 le componenti tangenziali di tensione e quella normale di spostamento. Noi scegliamo questo caso fra i casi *misti* o *alterni* relativi a questo solido, perchè è il meno semplice: gli altri, collo stesso metodo, si trattano più facilmente.

Denoti A_0 un punto interno a s , ed r la distanza fra A_0 e un punto variabile A ; poi ancora A_1 il simmetrico di A_0 rispetto al piano σ_1 , A_2 quello di A_1 rispetto al piano σ_2 , A_3 quello di A_2 rispetto a σ_1 , etc. Io dico che continuando si ritorna in A_0 ; perchè i punti A_v , se v percorre la serie $1, 2, 3, \dots, 2k$, risultano complanari, equidistanti dalla costola del diedro, e situati ad ampiezze angolari da σ_1 misurate rispettivamente da

$$-\alpha, \quad \alpha + 2\frac{\pi}{m}, \quad -\alpha - 2\frac{\pi}{m}, \quad \alpha + 4\frac{\pi}{m}, \dots, \alpha + 2k\frac{\pi}{m},$$

dove α denota l'ampiezza relativa ad A_0 . È chiaro che, per $k=m$, resta dimostrata la coincidenza di A_{2m} con A_0 . È facile anche osservare che i punti $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2m-1}$ risultano esterni a s , perchè quelli, fra i relativi angoli, che sono positivi, superano $\frac{\pi}{m}$ e sono superati da 2π , mentre che i negativi superano $-2\pi + \alpha$. Si chiami r , la distanza generica di A da A_0 .

Noi vogliamo assumere per asse delle z la costola del diedro, e per assi delle x e delle y due rette normali alla costola, poi diremo x_1 e y_1 due assi ortogonali in σ_1 , e z_1 la relativa normale, e poi x_2, y_2, z_2 tre analoghi assi relativi a σ_2 . Siano le componenti di spostamento secondo le direzioni x, y, z indicate con ξ, η, ζ , e analoga significazione abbiano $\xi_1, \eta_1, \zeta_1, \xi_2, \eta_2, \zeta_2$ secondo le direzioni che compongono le due altre terne; ancora con $L_1, M_1, N_1, L_2, M_2, N_2$ si rappresentino le relative componenti di tensione superficiale. Indichi θ la dilatazione cubica, e le forze di massa siano supposte nulle.

Nei punti di σ_1 le due equazioni

$$N_1 = -\lambda\theta - 2\mu \frac{\partial \xi_1}{\partial z_1},$$

$$\theta = \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \eta_1}{\partial y_1} + \frac{\partial \zeta_1}{\partial z_1},$$

se eliminiamo $\frac{\partial \xi_1}{\partial z_1}$, ci fanno conoscere θ , perchè le rimanenti grandezze sono conosciute. Nei punti di σ_2 l'equazione

$$\frac{\partial L_2}{\partial x_2} + \frac{\partial M_2}{\partial y_2} + \frac{\partial N_2}{\partial z_2} = 0$$

ci fa conoscere $\frac{\partial N_2}{\partial z_2}$; ed, aggiungendo a sinistra e a destra nell'altra equazione

$$\frac{\partial N_2}{\partial z_2} = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z_2} - 2\mu \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial z_2^2}$$

il termine noto

$$-2\mu \left(\frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial y_2^2} \right),$$

otteniamo che la terza equazione d'equilibrio ci dà subito, linearmente $\frac{\partial \theta}{\partial z_2}$;

cioè otteniamo della funzione armonica θ i valori nei punti di σ_1 , e quelli della derivata sulla normale nei punti di σ_2 : basta risolvere un problema

misto di Dirichlet, molto facile, per avere il valore di θ in ogni punto interno A_0 . La funzione, analoga a quella di Green, utile all'uopo, è evidentemente

$$(1) \quad \sum_{v=1}^{2m-1} \frac{\tau}{r_v},$$

dove τ denota $(-1)^{p+1}$ quando v denota $2p-1$ o $2p$.

Determinato agevolmente il valore di θ in ogni punto interno di s , noi adoperiamo ora coordinate cilindriche, come a pag. 196 del trattato del Cesàro ⁽¹⁾. L'asse z sarà l'asse dei cilindri coordinati, e w , coincidente con ζ , sarà la componente assiale di spostamento, poi sarà u la componente radiale, ed Rv quella sul parallelo di raggio R .

Anzitutto la coincidenza di w con ζ concede l'immediato calcolo di w in ogni punto interno. Infatti nei punti di σ_1 è nota la componente tangenziale ζ , e nei punti di σ_2 vale l'equazione

$$L_2 = -\mu \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z_2} + \frac{\partial \zeta_2}{\partial z} \right),$$

ottenuta facendo coincidere la direzione di x_2 con quella di z ; e se ne ricava la derivata di ζ sulla normale. È poi noto $\mathcal{A}_2 \zeta$ in ogni punto di s , dunque la risoluzione del medesimo problema di Dirichlet dianzi incontrato ci farà conoscere ζ o w in ogni punto interno A_0 .

Valgono ora nei punti di σ_1 le due equazioni

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial z} &= \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (uR)}{\partial R \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial \psi \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial T_1}{\partial \psi} &= \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \psi^2} - R \frac{\partial^2 v}{\partial \psi \partial z}, \end{aligned}$$

dove ψ denota la coordinata angolare e T_1 la componente di rotazione misurata lungo il raggio. È facile eliminare $\frac{\partial^2 v}{\partial \psi \partial z}$, e dedurre subito la derivata di T_1 sulla normale. Nei punti di σ_2 , dove v è nota, ed è, per il precedente calcolo, nota anche w , l'equazione

$$T_1 = \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \psi} - R \frac{\partial v}{\partial z}$$

⁽¹⁾ *Introduzione alla teoria matematica dell'elasticità*. Torino, F.^{lla} Bocca, 1894.

fornisce subito il valore di T_1 . È inoltre valida in ogni punto interno la equazione

$$\frac{A}{R} \frac{\partial \theta}{\partial \psi} + B \left(\frac{\partial T_3}{\partial R} - \frac{\partial T_1}{\partial z} \right) = 0,$$

dove A e B rappresentano due costanti e T_3 la componente di rotazione secondo la direzione fissa z . È chiaro, appunto per l'invariabilità di questa direzione, che è $\mathcal{A}_2 T_3 = 0$, dunque è subito calcolato, con una semplice integrazione rispetto a z (dove la costante è nulla perchè è nulla all'infinito) anche il $\mathcal{A}_2 T_1$. Risolvendo un problema di Dirichlet, correlativo e perfettamente analogo al precedente, servendoci della (1), dove τ abbia il valore $(-1)^p$, invece che $(-1)^{p+1}$, noi conosceremo T_1 in ogni punto interno A_0 . Un'altra semplice integrazione in dz , senza costante addittiva, ci farà conoscere v in ogni punto A_0 . Poi avremo anche subito u .

Noi qui non facciamo discussione circa la possibilità del problema, perciò ammettiamo senz'altro che le nostre funzioni si comportino regolarmente anche sulla costola del diedro.

È chiaro che la conoscenza di u, v, w è equivalente alla conoscenza di ξ, η, ζ , e risolve il problema della deformazione.

Questo metodo si applica facilmente alla trattazione dei medesimi problemi relativi a un cuneo isotropo, ottenuto da s con due sezioni normali. L'effettiva esecuzione dei calcoli richiede soltanto pazienza, ma non s'incontrano difficoltà teoriche: noi non consideriamo come tali le difficoltà d'integrazione nel calcolo degli integrali definiti, le quali sono difficoltà relative ad altre teorie, non a queste.

Matematica. — *Una questione fondamentale per la teoria dei gruppi e delle funzioni automorfe.* Nota di GUIDO FUBINI, presentata dal Socio L. BIANCHI.

Matematica. — *Sulle formole che danno la deformazione di una sfera elastica isotropa.* Nota del prof. G. LAURICELLA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sur la multiplication de deux séries de coefficients binomiaux.* Nota di NIELS NIELSEN, presentata dal Socio U. DINI.

Dans une Note ⁽¹⁾ que M. Dini m'a fait l'honneur de présenter à la Reale Accademia dei Lincei j'ai étudié la multiplication de deux séries de factorielles de la forme

$$(1) \quad \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{s! b_s}{x(x+1) \dots (x+s)},$$

où les coefficients b_s sont indépendants de x . Or, il est bien intéressant, ce me semble, qu'une méthode analogue est applicable pour la multiplication de deux séries assez générales de coefficients binomiaux, savoir séries de cette forme

$$(2) \quad \sum_{s=0}^{s=\infty} a_s \binom{x-1}{s},$$

où les coefficients a_s sont indépendants de x , et où nous avons posé pour abrégé

$$\binom{x-1}{0} = 1, \quad \binom{x-1}{r} = \frac{(x-1)(x-2) \dots (x-r)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r}.$$

De plus, notre dernière méthode nous conduira à la généralisation d'une formule intéressante concernant la multiplication de deux intégrales définies, formule que j'ai trouvée comme corollaire dans ma Note susdite.

Considérons en effet ces deux intégrales définies

$$(3) \quad \mathcal{V}(x) = \int_0^1 \varphi(t) t^{x-1} dt,$$

$$(4) \quad \mathcal{V}_1(x) = \int_0^1 \psi(t) t^{x-1} dt,$$

où les fonctions génératrices $\varphi(t)$ et $\psi(t)$ doivent satisfaire dans toute l'intervalle d'intégration $0 \leq t \leq 1$ à des conditions de cette forme

$$(5) \quad t^2(1-t)^2 |\varphi(t)| < K$$

$$(6) \quad t^2(1-t)^2 |\psi(t)| < K,$$

⁽¹⁾ Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, seduta del 17 gennaio 1904.

où K et K_1 désignent deux quantités positives et finies, tandis que

$$0 \leq \varrho < 1 \quad , \quad 0 \leq \varrho_1 < 1.$$

Cela posé, je dis que les deux fonctions (3) et (4) sont développables dans une série de la forme (2) convergente pourvu que $\Re(x) > 0$ ⁽¹⁾. Écrivons en effet sous cette forme l'intégrale (1).

$$\mathfrak{N}(x) = \int_0^1 \varphi(t) [1 - (1-t)]^{x-1} dt,$$

puis supposons $\Re(x) > 0$, la série infinie

$$\sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \binom{x-1}{s} (1-t)^s$$

est intégrable terme à terme de $t=0$ à $t=1$, ce qui donnera immédiatement pour $\mathfrak{N}(x)$ le développement cherché

$$(7) \quad \mathfrak{N}(x) = \sum_{s=0}^{\infty} a_s \binom{x-1}{s},$$

où nous avons posé pour abréger

$$(7bis) \quad a_n = \mathcal{A}^n \mathfrak{N}(1) = (-1)^n \int_0^1 \varphi(t) (1-t)^n dt.$$

Quant au coefficient général a_n , l'inégalité (5) donnera sans peine la valeur majorante

$$(8) \quad |a_n| < K \cdot \int_0^1 t^{-\varrho} (1-t)^{n-\varrho} dt = \frac{K \Gamma(1-\varrho) \Gamma(n+1-\varrho)}{\Gamma(n+2-2\varrho)};$$

posons maintenant pour abréger

$$\Gamma_r(\omega) = \frac{1, 2, 3 \dots (r-1) \cdot r^\omega}{\omega(\omega+1)(\omega+2) \dots (\omega+r-1)},$$

où r désigne un positif entier fini, nous aurons

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Gamma_r(\omega) = \Gamma(\omega),$$

⁽¹⁾ $\Re(x)$ désigne la partie réelle de x .

d'où, en vertu de (8)

$$(8\text{ bis}) \quad |a_n| < L \cdot n^{p-1},$$

où L désigne une quantité positive qui restera finie même pour n infiniment grand.

Posons ensuite $x = x' + ix''$, où x' et x'' désignent des quantités réelles, nous aurons, en vertu de (8 bis), la valeur majorante nouvelle

$$\left| a_n \binom{x-1}{n} \right| < \frac{L}{|\Gamma_n(1-x)|} \cdot n^{p-x'-1},$$

d'où ce théorème:

L'intégrale définie $\mathcal{N}(x)$ est développable en série de coefficients binomiaux, série qui est certainement convergente pour les valeurs finies de x qui satisfont à l'inégalité $\Re(x) > 0$, mais absolument convergente pourvu que nous ayons de plus $\Re(x) > p$.

Pour étudier maintenant le développement en série de coefficients binomiaux du produit $\mathcal{N}(x) \cdot \mathcal{N}_1(x)$, considérons tout d'abord le développement du produit plus particulier

$$\binom{x-1}{n} \cdot \mathcal{N}(x).$$

Or, écrivons sous cette forme la définition intégrale (3)

$$\mathcal{N}(x) = \int_0^1 \varphi(t) t^n \cdot t^{x-n-1} dt,$$

nous aurons le développement nouveau

$$(9) \quad \mathcal{N}(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} A_{n,s} \cdot \binom{x-n-1}{s},$$

où nous avons posé pour abrégier

$$(10) \quad A_{n,s} = (-1)^s \int_0^1 \varphi(t) t^n (1-t)^s dt = \mathcal{A}^s \mathcal{N}(n+1),$$

et la série figurant au second membre de (9) est certainement convergente, pourvu que $\Re(x) > n$.

Posons maintenant dans (10)

$$t^n = [1 - (1-t)]^n,$$

nous avons, en vertu de (7 bis), pour $A_{n,s}$ ce développement nouveau

$$(10\text{ bis}) \quad A_{n,s} = \sum_{r=0}^{\dot{n}-n} \binom{n}{r} a_{s+r}.$$

Appliquons ensuite l'identité élémentaire

$$\binom{x-1}{n} \binom{x-n-1}{s} = \binom{n+s}{s} \binom{x-1}{n+s},$$

nous aurons, en vertu de (9),

$$(11) \quad \binom{x-1}{n} \cdot \mathcal{N}(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} B_{n,s} \binom{x-1}{n+s},$$

où nous avons posé pour abrégé

$$(11 \text{ bis}) \quad B_{n,s} = \binom{n+s}{s} \cdot \sum_{r=0}^{r=n} \binom{n}{r} a_{r,s}.$$

Cela posé, appliquons l'inégalité (3), nous aurons, en vertu de (10), cette valeur majorante

$$|A_{n,s}| < K \cdot \frac{\Gamma(n+1-\varrho) \Gamma(s+1-\varrho)}{\Gamma(n+s+2-2\varrho)},$$

ou, ce qui vaut autant,

$$(12) \quad \left| B_{n,s} \binom{x-1}{n+s} \right| < L_1 \cdot n^{1-\varrho} \left(\frac{s}{n+s} \right)^{1-\varrho} \cdot \frac{1}{(n+s)^{1+\alpha'-\varrho}},$$

où L_1 désigne une quantité positive qui restera finie même pour des valeurs extrêmement grandes de s , tandis que $x = x' + i x''$; c'est-à-dire que nous avons démontré cette proposition intéressante:

La série de coefficients binomiaux (11) est absolument convergente, pourvu que $\Re(x) > \varrho$.

Or, mettons

$$(13) \quad \mathcal{N}_1(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} b_s \binom{x-1}{s},$$

nous aurons

$$(14) \quad b_s = (-1)^s \int_0^1 \psi(t) (1-t)^s dt = \mathcal{N}_1(1),$$

et, en vertu de (8 bis), cette valeur majorante

$$(14 \text{ bis}) \quad |b_s| < L_2 s^{\varrho_1-1},$$

tandis que la formule (11) donnera cette autre

$$(15) \quad b_n \binom{x-1}{n} \mathcal{N}(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} b_n B_{n,s} \binom{x-1}{n+s},$$

d'où, en vertu de (12) et (14 bis)

$$(16) \quad \left| b_n B_{n,s} \left(\frac{x-1}{n+s} \right) \right| < \left(\frac{n}{n+s} \right)^{\varrho_1 - \varrho} \left(\frac{s}{n+s} \right)^{1-\varrho} \cdot \frac{L_1 L_2}{(n+s)^{1+\varrho_1-\varrho}}.$$

Cela posé, mettons dans (15) successivement $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, puis ajoutons toutes les équations ainsi obtenues, nous aurons une série à double entrée \mathcal{A} dont les séries horizontales sont formées par les séries analogues à celle qui figure au second membre de (15), tandis que les termes contenant le même coefficient binomial forment les séries verticales de \mathcal{A} . Or, il est évident que les séries verticales de \mathcal{A} sont absolument convergentes pour toutes les valeurs finies de x qui satisfont aux conditions $\Re(x) > \varrho$ et $\Re(x) > \varrho_1$. Quant aux séries horizontales de \mathcal{A} , elles sont absolument convergentes aussi sous les mêmes conditions, ce qui donnera immédiatement l'inégalité (16); c'est-à-dire que nous avons démontré ce théorème général:

Le produit $\mathcal{W}(x) \cdot \mathcal{W}_1(x)$ des deux intégrales (3) et (4) est développable en série de coefficients binomiaux comme suit:

$$(17) \quad \mathcal{W}(x) \cdot \mathcal{W}_1(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} \mathfrak{A}_s \left(\frac{x-1}{s} \right),$$

série qui est certainement absolument convergente pour toutes les valeurs finies de x qui satisfont aux conditions $\Re(x) > \varrho$ et $\Re(x) > \varrho_1$, tandis que nous avons posé pour abréger

$$(17bis) \quad \mathfrak{A}_n = \sum_{s=0}^{s=n} \binom{n}{s} b_s A_{s, n-s},$$

où $A_{p,q}$ est le coefficient défini dans (10 bis).

Plus tard nous avons à démontrer que la série (17) est convergente pour toutes les valeurs finies de x à partie réelle positive.

L'expression (17bis) pour le coefficient général est assez compliquée, il est vrai; or, introduisons les expressions intégrales tirées de (10) et (14), nous aurons

$$\mathfrak{A}_n = (-1)^n \sum_{s=0}^{s=n} \binom{n}{s} \int_0^1 \varphi(t) t^s (1-t)^{n-s} dt \cdot \int_0^1 \psi(u) (1-u)^s du,$$

d'où immédiatement

$$\mathfrak{A}_n = (-1)^n \int_0^1 \int_0^1 \varphi(t) \psi(u) (1-tu)^n dt du;$$

posons ensuite $tu = z$, nous aurons sans peine

$$(18) \quad \mathfrak{A}_n = (-1)^n \int_0^1 \int_0^t \frac{\varphi(t)}{t} \psi\left(\frac{z}{t}\right) (1-z)^n dt dz,$$

ou, ce qui revient au même (1),

$$(18 \text{ bis}) \quad \mathfrak{A}_n = (-1)^n \int_0^1 (1-z)^n \left(\int_z^1 \frac{\varphi(t)}{t} \cdot \psi\left(\frac{z}{t}\right) dt \right) dz,$$

de sorte qu'une comparaison entre (18 bis) et (7 bis) donnera ce théorème général:

Le produit des deux intégrales $\mathfrak{V}(x)$ et $\mathfrak{V}_1(x)$ est toujours une intégrale du même genre, savoir

$$(19) \quad \mathfrak{V}(x) \cdot \mathfrak{V}_1(x) = \int_0^1 \chi(t) t^{x-1} dt,$$

où nous avons posé pour abréger

$$(19 \text{ bis}) \quad \chi(t) = \int_t^1 \frac{\varphi(z)}{z} \cdot \psi\left(\frac{t}{z}\right) dz.$$

Or, la formule intégrale (19) connue, nous pouvons suppléer comme suit le théorème concernant la convergence de la série (17):

La série de coefficients binomiaux obtenue pour le produit $\mathfrak{V}(x) \cdot \mathfrak{V}_1(x)$ est convergente pour toutes les valeurs finies de x à partie réelle positive.

On voit du reste que la formule (19) peut être obtenue en multipliant les deux intégrales (3) et (4) et en traitant le produit ainsi obtenu de la même manière que l'expression obtenue pour \mathfrak{A}_n , ce qui nous conduira, pour des valeurs positives de x , à (19). Remarquons ensuite que les trois fonctions $\mathfrak{V}(x)$, $\mathfrak{V}_1(x)$ et $\mathfrak{V}(x) \cdot \mathfrak{V}_1(x)$ sont des fonctions analytiques de x , pourvu que $\Re(x) > 0$, nous avons démontré la formule générale (19).

Cependant il faut remarquer que cette démonstration directe de (19) ne dit rien concernant les coefficients de la série de coefficient binomiaux obtenue pour $\mathfrak{V}(x) \cdot \mathfrak{V}_1(x)$, de sorte qu'il faut reproduire dans l'ordre inverse nos calculs précédents.

M. Pincherle m'a indiqué la condition *nécessaire et suffisante* qui doit être remplie par une fonction développable en série de coefficients binomiaux, condition qui montre que les intégrales définies de la forme (3) ne représentent qu'un cas particulier des fonctions susdites. Pour étudier maintenant le problème général concernant la multiplication de deux séries de coefficients binomiaux revenons à la formule (9) et cherchons au second membre tous les termes contenant comme facteur le même coefficient a_p , puis remarquons que les coefficients a_s peuvent être considérés comme indépendants entre eux, nous aurons la formule élémentaire

$$(20) \quad \binom{x-1}{n} \binom{x-1}{p} = \sum_{s=0}^{s=n} \binom{n+s}{n} \binom{x-1}{n+s} = \sum_{s=0}^{s=p} \binom{n+s}{p} \binom{x-1}{n+s}.$$

Cela posé, nous avons démontré cette proposition remarquable:

(1) Stolz, *Grundzüge der Differenzial- und Integralrechnung*, t. III, pag. 89.

Supposons développable en série de coefficients binomiaux le produit de ces deux séries du même genre

$$\sum_{s=0}^{s=\infty} a_s \binom{x-1}{s} \quad , \quad \sum_{s=0}^{s=\infty} b_s \binom{x-1}{s} \quad ,$$

la formule (17bis) nous détermine le coefficient général de ce développement nouveau.

Considérons maintenant cette série de coefficients binomiaux, convergente pourvu que $\Re(x) > \lambda$ ⁽¹⁾

$$(21) \quad W(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} a_s \cdot \binom{x-1}{s}$$

nous aurons immédiatement

$$(22) \quad \binom{x-1}{n} \cdot W(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} a_s \binom{x-1}{s} \binom{x-1}{n};$$

transformons ensuite, à l'aide de (20), tous les produits de deux coefficients binomiaux qui figurent au second membre de (22), nous aurons une série particulière à double entrée \mathcal{A} , dont les séries horizontales sont formées par les expressions ainsi obtenues écrites de sorte que les termes qui contiennent le même coefficient binomial par exemple $\binom{x-1}{p}$ forment les séries verticales de \mathcal{A} ; c'est-à-dire que toutes ces séries simples, verticales et horizontales, contiennent $n+1$ termes au plus.

Quant aux séries horizontales de \mathcal{A} , elles sont certainement absolument convergentes, pourvu que $\Re(x) > \lambda + 1$ ⁽²⁾, tandis que les séries verticales se présentent sous cette forme

$$(23) \quad u_p = \binom{x-1}{p} \binom{p}{n} \left[\binom{n}{0} a_p + \binom{n}{1} a_{p-1} + \dots + \binom{n}{n} a_{p-n} \right],$$

où il faut, pour des petites valeurs des p , supprimer les termes contenant un coefficient a_r à indice négatif.

Cela posé, l'identité

$$a_r \binom{x-1}{r} = \frac{(-1)^r a_r}{\Gamma_r(1-x) r^x}$$

(1) Le champ de convergence d'une série de coefficients binomiaux est la partie finie du plan des x , située à droite d'une certaine ligne $\Re(x) = \lambda$ perpendiculaire à l'axe réelle.

(2) Le champ de convergence absolue de la série $W(x)$ est aussi une ligne perpendiculaire à l'axe réelle, et la largeur de la bande de convergence non absolue ne peut jamais être plus grande que l'unité.

nous donnera cette valeur majorante

$$(24) \quad |a_r| < K \cdot r^{\lambda+\varepsilon},$$

où K désigne un nombre positif qui restera fini même pour des valeurs infiniment grandes de r , tandis que ε est une quantité positive donnée auparavant et étant aussi petite qu'on le veut.

Or, l'inégalité (24) donnera immédiatement cette autre

$$(25) \quad |u_p| < K_1 \cdot p^{\lambda+n+\varepsilon-x'},$$

où K_1 est un nombre du même caractère que K , tandis que nous avons posé $x = x' + i x''$; c'est-à-dire que la série infinie

$$u_n + u_{n+1} + u_{n+2} + u_{n+3} + \dots$$

est certainement absolument convergente pour les valeurs finies de x qui satisfont à l'inégalité $\Re(x) > n + \lambda + 1$, d'où cette proposition essentielle:

Supposons convergente pour $\Re(x) > \lambda$ une série $W(x)$ de coefficients binomiaux, la série du même genre obtenue pour $\binom{x-1}{n} \cdot W(x)$ est certainement absolument convergente, pourvu que $\Re(x) > \lambda + n + 1$.

Considérons par exemple la série binomiale ordinaire, nous aurons, pourvu que $|\alpha| < 1$,

$$(26) \quad (1 + \alpha)^{x-1} \cdot \binom{x-1}{n} = (1 + \alpha)^n \cdot \sum_{s=0}^{s=\infty} \binom{n+s}{s} \binom{x-1}{n+s} \alpha^s,$$

formule qui n'est au fond autre chose que l'identité élémentaire

$$(1 + \alpha)^{x-1} = (1 + \alpha)^n (1 + \alpha)^{x-n-1}.$$

On voit que (26) est pour $|\alpha| < 1$, valable pour une valeur finie quelconque de x . Dans le cas particulier $\alpha = 1$, la formule (26) n'est valable au contraire, que pourvu que $\Re(x) > n$; c'est-à-dire que la condition *suffisante* pour la convergence de la série de coefficients binomiaux que nous venons d'établir peut être *nécessaire* aussi. En vérité je ne sais, pour le moment, aucune méthode générale pour décider si le produit de deux séries de coefficients binomiaux est développable ou non dans une série du même genre.

Fisica. — *Intorno alla esatta verificaione dell'ora mediante il gnomone ed altri semplici strumenti.* Nota di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Avendo acquistato per il Gabinetto fisico ed Osservatorio meteorico dell'Università di Cagliari, con un sussidio concesso dalla Provincia e Municipio, un orologio di precisione di Strasser e Rohde in Glashütte, con pendolo di *invar* costruito dal Riefler di Monaco, dovetti occuparmi di regolare questo orologio, metterlo all'ora esatta e verificare quest'ora a intervalli convenienti di tempo. Ciò non appariva facile perchè il Gabinetto non possiede nè teodolite, nè sestante, nè strumento di passaggi, nè verun altro strumento preciso adatto a tale scopo e gli strumenti più semplici descritti nei trattati non parevano nè sufficientemente, nè sicuramente precisi.

Fra questi strumenti il più semplice è certamente il gnomone, ed il Jordan nel suo eccellente trattato (*Handbuch der astronomischen Zeit- und Ortsbestimmungen*, 1^a edizione, pag. 141) riferisce due serie di determinazioni del mezzogiorno vero col gnomone ed una serie di determinazioni col diploidoscio di Dent (uno dei suddetti semplici strumenti) ed insieme le corrispondenti determinazioni esatte collo strumento dei passaggi, e dimostra che la precisione del gnomone è superiore a quella del diploidoscio.

Tuttavia anche gli errori nelle determinazioni col gnomone riferiti dal Jordan non sono nè piccoli, nè costanti, poichè nella 1^a serie variano da + 4 a + 12 secondi, essendo l'error medio + 10 secondi, e nella 2^a serie variano da + 3 a + 14 secondi, essendo l'error medio + 6 secondi, mentre col diploidoscio variano da — 12 a + 21 secondi.

Queste differenze, in determinazioni eseguite in condizioni identiche, dimostrano che la posizione dell'ombra dello stilo rispetto alla linea meridiana non poteva essere determinata che ben poco rigorosamente, e così pure l'error medio non piccolo dimostra che, per la stessa causa, la linea meridiana, sebbene tracciata segnando la posizione dell'ombra a mezzogiorno vero dato da un orologio preciso, pure non era esatta.

La suddetta precisione non mi parve sufficiente pel mio scopo e per la precisione presunta, e verificata in seguito, dell'orologio, ed inoltre mi pareva probabile che sia per le condizioni sfavorevoli del locale (minor altezza della finestra, imperfezioni del pavimento), sia per il genere insolito di operazioni e di disegno, il mio gnomone avrebbe potuto dare risultati più inesatti di quelli ottenuti dal Jordan, senza però che io avessi i mezzi per scorgere e correggere gli errori.

Cercai perciò di costruire uno strumento semplice e preciso le cui indicazioni fossero difficilmente influenzate dai difetti probabili di costruzione, e descriverò questo strumento in un'altra Nota, ma sia prima di costruirlo, sia mentre lo usavo per regolare e mettere all'ora esatta l'orologio suddetto, feci occasionalmente parecchie prove col gnomone cercando le condizioni più favorevoli all'esattezza, e potei così persuadermi che è non solo possibile ma anche facile di determinare il mezzogiorno vero con un errore non superiore al minuto secondo mediante un gnomone di non grandi dimensioni. Occorre però tener conto di alcune proprietà della luce, ovvie ma che sono in tutto o in parte taciute o forse trascurate dai trattati che si occupano di questo argomento.

Relazione fra il diametro del foro e la distanza dell'immagine solare.

È chiaro anzitutto che un grave ostacolo all'esatto apprezzamento della posizione dell'ombra dello stilo e del suo contatto o simmetria colla linea meridiana, si ha nell'indeterminatezza dei contorni dell'ombra, i quali si possono rendere più netti col diminuire le dimensioni dell'oggetto che li produce.

Inoltre è chiaro che la posizione su di uno schermo o sul terreno della immagine del sole prodotta da un piccol foro, p. es. circolare, in lamina opaca è più esattamente determinabile che non quella dell'ombra o immagine negativa del sole prodotta da un disco opaco di diametro uguale a quello del foro. Difatti, sebbene per ovvie ragioni geometriche e per il principio di Babinet le due immagini siano complementari e per due punti omologhi delle medesime, tanto è l'eccesso di luce rispetto al fondo oscuro nel caso della immagine positiva, altrettanto è il difetto di luce rispetto al fondo illuminato nell'immagine negativa, tuttavia in questo caso la piccola variazione per difetto non è che una piccola frazione dell'intensità totale dell'illuminazione nel punto considerato e può facilmente essere impercettibile, mentre nel caso dell'immagine positiva sul fondo che può essere assolutamente oscuro la uguale variazione per eccesso costituisce l'intera intensità d'illuminazione in quel punto e può essere facilmente percepita. Usando corpi opachi di grandi dimensioni si possono bensì rendere le ombre più intense, ma si cade nell'inconveniente già accennato della grande larghezza della penombra.

La larghezza totale della sfumatura dei contorni dell'immagine positiva del sole prodotta da un piccol foro circolare in lamina opaca può considerarsi come dovuta a due cause distinte, l'una geometrica, l'altra fisica, i cui effetti variano in senso inverso quando varia il diametro del foro o la distanza dell'immagine; così se il foro è grande, è grande la sfumatura geometrica, minima quella dovuta alla diffrazione, e viceversa se il foro è piccolo o grande la distanza. Sarà quindi utile scegliere il diametro del foro, per una data distanza, in modo che l'effetto complessivo delle suddette due cause sia minimo, ciò che un costruttore accurato potrà forse ottenere per tentativi, ma che gioverà altresì ottenere teoricamente, nel caso generale, ed astraendo

dalle altre circostanze (da considerarsi separatamente) le quali possono complicare il fenomeno.

La sfumatura geometrica è dovuta al fatto che ogni punto visibile della superficie del sole invia raggi che per effetto della propagazione rettilinea della luce producono nell'immagine un cerchietto illuminato di diametro uguale a quello del foro ed i cerchietti prodotti dai punti del contorno del sole sono parzialmente ricoperti da quelli contigui che si trovano ad una distanza fra i centri minore del loro diametro, ossia di quello del foro; ne segue che la larghezza di questa sfumatura, misurata nel senso del raggio della immagine, è uguale al diametro del foro.

D'altra parte, per effetto di diffrazione ciascuno dei suddetti cerchietti è circondato da un'aureola con massimi e minimi, d'intensità luminosa rapidamente decrescente al crescer della distanza angolare dal contorno del cerchietto, e facilmente calcolabile mediante note formule, dalle quali risulta che essa intensità è similmente distribuita qualunque sia il diametro del foro, ma le distanze angolari corrispondenti ad uguali intensità sono in ragione inversa dei diametri dei fori.

Complessivamente quindi il diametro $2r'$ del cerchietto illuminato prodotto da un punto della superficie del sole sarà uguale a $2r + \varrho D : 2r$ se $2r$ è il diametro del foro, D la distanza dell'immagine dal foro, e ϱ una lunghezza costante che varia solo al variare dell'intensità d'illuminazione che si ritiene trascurabile, e la cui misura dipende inoltre dall'unità di lunghezza adottata. È noto che osservando con speciali precauzioni la luce proveniente da un punto ed attraversante un foro si trova che anche lateralmente, ad angolo molto grande colla direzione geometrica di propagazione, è emessa per diffrazione una luce debolissima, della quale certo nel caso del gnomone non occorre occuparsi se non per notare che un'osservazione troppo minuziosa dell'immagine per determinarne la posizione osservando dove realmente essa termina, può essere più dannosa che vantaggiosa a questa determinazione.

Il suddetto diametro totale del cerchietto illuminato è anche la larghezza complessiva della sfumatura che conviene render minima, ciò che avverrà quando sia: $dr' : dr = 2 - \varrho D : 2r^2 = 0$, ossia $2r = \sqrt{\varrho D}$. In questo caso la larghezza della sfumatura sarà $\sqrt{\varrho D} + \varrho D : \sqrt{\varrho D}$ ossia $2\sqrt{\varrho D}$ o anche $4r$ mentre la sua larghezza angolare che influisce nella determinazione dell'istante del contatto dell'immagine colla linea mediana sarà $4r : D$ o anche $2\sqrt{\varrho : D}$. Inoltre se la chiarezza dello schermo illuminato liberamente dal sole è C , se $2r : D$ e $2R : D = \alpha$ sono i diametri apparenti del foro e del sole visti dallo schermo ove si produce l'immagine, la chiarezza di questa sarà $c = C \cdot 4\pi r^2 : 4\pi R^2 = C \cdot 4r^2 : \alpha^2 D^2$ e nel caso della sfumatura minima sarà $c = C\varrho : \alpha^2 D$.

Giova notare che sebbene le larghezze assoluta ed angolare della sfuma-

tura $4r$ e $4r:D$ sembrano indipendenti da ϱ , in realtà non lo sono, perchè questi valori valgono solo nel caso della sfumatura minima, ed allora r dipende dal valore di ϱ che occorrerà stabilire almeno approssimativamente.

A tale scopo mi è parso superfluo e di esito dubbio il ricorrere alla nota serie di Knochenhauer; se si estende al caso attuale l'osservazione di Foucault che le due componenti d'una stella doppia distanti $1''$ appaiono a contatto (per qualunque sufficiente ingrandimento) quando il diametro dell'obiettivo del cannocchiale adoperato è di 13 cm., ne risulta che ogni punto della superficie del sole per effetto della diffrazione attraverso il foro deve essere sostituito da un cerchietto luminoso di diametro 13 cm. $\times 1'' : 2r$ cm. (ossia $1''$ per $2r = 13$ cm.) e quindi sarà $\varrho = 13 \text{ cm.} \times 1'' = 0,63 \text{ cm.} : 10000$ e per il minimo di sfumatura dell'immagine dovrà essere in centimetri: $2r = 0,81/\sqrt{D} : 100$, ecc.

Un modo più diretto, per lo scopo attuale, di determinare la costante ϱ , è quello di cercare per tentativi le dimensioni del foro che producono il minimo di sfumatura ad una data distanza; esse si trovano più facilmente operando per confronto, cioè producendo sopra uno schermo con delle coppie di fori di diametro un po' diverso e variante gradatamente da una coppia all'altra due immagini contigue ed osservando quale di esse ha i contorni più netti. Tuttavia, neppure in tal modo è possibile ottenere un valore di ϱ altro che approssimativo, perchè per la proprietà dei massimi e minimi quando il diametro del foro ha press'a poco la grandezza necessaria per produrre il minimo di sfumatura si può aumentare o diminuire questo diametro entro limiti piuttosto estesi senza che la larghezza della sfumatura (d'altronde apprezzabile solo a stima, e poco suscettibile di misura precisa) varî in modo apprezzabile; la diversa chiarezza delle due immagini rende anche più difficile un confronto decisivo.

Con fori di vario diametro e producendo le immagini a distanza varianti da 1 metro a 20 metri, mi parve (pur non avendo fatto uno studio accuratissimo dell'argomento) che la semplice formula

$$2r = 0,01/\sqrt{D}$$

fosse la più soddisfacente; il valore di ϱ che se ne ricava è $20 \text{ cm.} \times 1''$ e quello di $1/\sqrt{\varrho}$ che entra nelle principali formule suddette è $1 : 100$ invece di quello non molto diverso ($0,8 : 100$) dedotto dall'osservazione di Foucault.

Risulta quindi che il diametro del foro che produce immagini più nette è rispettivamente di 1, 2, 3, 4, ecc. mm. se la distanza del foro ove si forma l'immagine è di 1, 4, 9, 16, ecc. metri.

La larghezza totale della sfumatura è il doppio del diametro del foro, e la sua larghezza angolare (la quale può servire come misura molto ingrandita dell'errore possibile nel determinare l'istante del mezzogiorno vero) sarà $4r:D$ ossia $0,02/\sqrt{D} \text{ cm.}$

Finalmente la chiarezza della immagine sarà $C : 2D \cdot 10^5$.

Risulta così giustificata teoricamente l'opinione che l'esattezza del gnomone cresca al crescere dell'altezza dello stilo, ma risulta altresì che l'aumento di esattezza così ottenibile non è grande, perchè esso non è rapido, perchè non è possibile, per difficoltà tecniche, di aumentare notevolmente quest'altezza e perchè la chiarezza dell'immagine, decrescente in ragione inversa della sua distanza, diverrebbe troppo piccola, e finalmente per « il gran tremore dell'immagine del Sole, particolarmente quando ella è ben distinta in tempo sereno » e per « la dubietà del suo margine quando l'aria non è molto pura » di cui fa menzione Gio. Domenico Cassini nella descrizione (pag. 13) del celebre gnomone da lui costruito nella chiesa di S. Petronio in Bologna ⁽¹⁾.

Questo gnomone aveva il foro in una lamina orizzontale di metallo (convenientemente murata nel tetto della chiesa), alto sul pavimento 1000 pollici di Parigi, ossia circa 27 metri, e quindi la minima distanza dell'immagine sarà stata circa 30 metri, la massima 70 e la media 50. Secondo le considerazioni suddette il diametro più opportuno del foro, tale da produrre le immagini più nette, sarebbe stato di 7 mm. mentre in realtà esso era di 1 pollice, ossia circa 27 mm. Non è certo da credere che il celebre astronomo, che costruì il gnomone con molto studio, superando varie difficoltà, abbia scelto a caso questo diametro; probabilmente il diametro così grande era necessario perchè l'immagine fosse ben distinta anche nella luce, sebbene non vivissima, della chiesa e quando l'aria non era molto pura. Non pare tuttavia che questo gnomone permettesse un'esattezza che fino ad uno o due secondi (pag. 4) per effetto specialmente del « gran tremore suddetto ».

Nella meridiana costruita ad Udine nel 1798, nella loggia di S. Giovanni (piazza Vitt. Em. II) il foro (in un largo disco verticale rappresentante simbolicamente il sole circondato da raggi ondulati) ha circa 3 cm. di diametro, mentre la sua altezza dal pavimento è circa 6 m. e la massima distanza dell'immagine, formantesi allora su di un piano verticale è di 8 metri.

La maggior distanza a cui mi fu possibile proiettare l'immagine solare fu di 20 metri, ricevendo i raggi solari provenienti dal foro variante da 4 a 5 mm. sopra un buon prisma rettangolare di Steinheil, e riflettendoli così orizzontalmente e in direzione opportuna in modo che l'immagine si formasse nella stanza più lontana.

L'immagine, essendo chiuse le imposte, appariva vivissima, e giudico che avrebbe potuto esserlo 10 volte meno (come s'avrebbe ad una distanza di 200 metri con foro di 15 mm.) senza nuocere all'esattezza della determinazione dell'istante del suo contatto con una linea.

Non osservai un tremore sensibile del contorno della immagine, sebbene osservassi nel colmo dell'estate, alla latitudine di 39° 13', nel pomeriggio,

⁽¹⁾ *La meridiana del tempio di S. Petronio*, ecc., di Gio. Domenico Cassini. Bologna, 1695.

ed il sole dardeggiasse intensamente e poco obliquamente sulla facciata ove era il foro. Dubito che per tale rispetto un foro in una estesa superficie orizzontale riscaldata dal sole meridiano che produce una corrente ascendente d'aria calda sia in condizioni meno favorevoli d'un foro in una parete verticale, che d'estate sarà riscaldata molto obliquamente dal sole meridiano, che inoltre produrrà uno strato di aria calda ascendente ben poco spesso.

Volendo osservare la debole immagine solare prodotta da un piccolo foro a grande distanza in uno spazio non affatto oscuro, o anche vivamente illuminato come una piazza o un cortile, si potrà collocare sull'immagine una grande scatola senza fondo, di cartone o tela opaca anneriti internamente, con un gran foro laterale pel quale possano passare i raggi e con un tubo oculare nella parete superiore, tale che lasci vedere solo l'immagine e non il foro suddetto vivamente illuminato. Con opportuni schermi forati e anneriti o con un largo tubo si potrebbe ancora impedire alla luce diffusa esterna di penetrare entro la scatola.

È chiaro che l'errore possibile nell'apprezzare l'istante del contatto e del distacco dell'immagine dalla linea meridiana e quindi il mezzogiorno vero, è molto minore del tempo che impiega la sfumatura a attraversare questa linea, perchè è certo impossibile confondere uno coll'altro i due estremi della sfumatura; questi anzi per un tratto relativamente grande si confondono coll'oscurità o colla luce adiacenti, poichè dalla considerazione del modo col quale si formano la sfumatura geometrica e quella difratta risulta che l'intensità luminosa, andando dall'esterno all'interno della immagine cresce prima lentissimamente poi sempre più rapidamente e poi sempre più lentamente. Così nell'immagine, invece di un contorno sfumato gradatamente, si vede un contorno abbastanza netto immerso nella sfumatura.

È forse possibile di rendere più netto il contorno dell'immagine solare, almeno parzialmente, usando fori non circolari, per esempio, triangolari o rombici con una diagonale orizzontale, ma poche prove da me eseguite non diedero risultati così soddisfacenti da indurmi a continuarle. Così pure non ho trovato che usando due o più fori contigui invece d'un solo e osservando la posizione dell'intersezione delle immagini rispetto alla linea meridiana, i vantaggi superino gl'inconvenienti.

Una prova notevole della nettezza delle immagini solari prodotte da un foro che soddisfaccia alla suddetta relazione, si ha nel fatto che verso la fine di luglio (1904) nell'immagine solare prodotta da un foro di 2 mm. di diametro a distanza di 4 metri, era percettibile una macchia solare che osservata con un canocchiale risultò multipla, allungata, e lunga circa 1' comprese le interruzioni e le penombre. Inoltre nelle immagini prodotte da un foro di 4 o 5 millimetri a 20 metri di distanza erano chiaramente visibili anche le macchie minori.

Come prova più decisiva e più adatta allo scopo attuale riferisco alcune determinazioni del mezzogiorno vero, fatte con un gnomone nel quale il foro (praticato in una lamina di ferro murata nella parte superiore dello stipite d'una finestra) era a circa 2,75 metri dal pavimento ed aveva un diametro di circa 2,5 mm. adatto specialmente per le distanze medie dell'immagine ma altresì, per la suddetta proprietà dei minimi, anche per distanze alquanto maggiori o minori. Questo gnomone era stato costruito dai prof. Pacinotti, probabilmente per regolare orologi da tasca; io ho ristretto il foro adattandovi un disco tornito d'ottone con un foro ben centrato, ed ho tracciato nuovamente la linea meridiana, quasi totalmente scomparsa in seguito al cambio delle pianelle.

Sarebbe stata opportuna una maggior altezza del gnomone, ma ciò era impossibile; lo spostamento dell'immagine poco dopo il solstizio d'estate era di circa 1 mm. ogni tre secondi, ma esso avrebbe aumentato in seguito sia per la minor declinazione del sole, sia per la maggior distanza dell'immagine.

Per circa due mesi, a partire dal solstizio di estate, a mezzogiorno vero esatto, dato dall'orologio di precisione, giorno per giorno segnai alternativamente le posizioni dei due lembi orientale ed occidentale dell'immagine del sole, mediante un corto tratto con un lapis ben appuntito; non m'era possibile segnare esattamente la posizione di entrambi gli orli nello stesso giorno perchè l'immagine si spostava sensibilmente nel breve tempo occorrente per fare il primo segno, spostare il lapis e fare esattamente il secondo segno. Riunii i tratti con due linee rette che prolungai fino alle due pareti opposte, servendomi d'un sottil filo di ferro ben teso collocato sui segni (tanto esattamente quanto fu possibile nonostante la diversa altezza delle pianelle adiacenti) al quale adattavo la riga che era molto più corta; resi poi durevoli le due linee ripassandole con una lama affilata di temperino in modo che fossero profonde ma pur sottili.

In seguito determinai a quali ore corrette dell'orologio di precisione, l'immagine solare: 1° veniva a contatto della linea occidentale, 2° era simmetrica rispetto ad entrambe, 3° era a contatto e per staccarsi colla linea orientale; la media dei tre valori dava in tempo medio dell'Europa centrale l'istante del mezzogiorno vero che risultò concordantissimo con quello dato dalle tavole.

Nella seguente tabella trovai nella 1^a colonna il giorno (di settembre) dell'osservazione, nelle tre successive i tre istanti suddetti omessa l'ora XII, nella 4^a colonna la media, nella 5^a il mezzogiorno vero in tempo M. E. C.; una linea orizzontale separa le osservazioni fatte quando le due linee meridiane erano tracciate in lapis e molto spesse per effetto del consumo del lapis strisciante sul cemento, e quelle più accurate dopo che le linee suddette furono tracciate col temperino.

	1° Cont.		Simmetria		2° Cont.		Media		XII vero	
1	^m 21	^s 42,5	^m 23	^s 51	^m 25	^s 59,5	^m 23	^s 51	^m 23	^s 51,8
2	21	23	23	32	25	40	23	31,7	23	33,8
4	nuvole		22	55	nuvole		22	55	22	54,5
6	20	5	22	15	24	25	22	15	22	14,5
7	19	45,5	21	56	24	6	21	55,8	21	55

Le differenze tra il mezzogiorno vero dato dal gnomone e quello dato dalle tavole sono inferiori al secondo, il tempo che impiega l'immagine a spostarsi da una linea all'altra risulta costante e solo si osserva una differenza fra le prime e le ultime osservazioni, dovuta allo spessore delle linee del lapis una delle quali era inoltre riuscita doppia. Credo opportuno notare che ritengo possibile ed anche probabile che queste linee siano state imperfettamente prolungate sia per causa della poca lunghezza del tratto che dovetti prolungar molto, sia per i difetti del pavimento ed anche per l'incomodità della operazione che era d'ostacolo ad un lavoro accurato, e finalmente perchè presi l'equazione del tempo per Greenwich invece che per Cagliari, non credendo che il gnomone potesse indicare una differenza così piccola.

È quindi probabile che l'accordo risultante dalla precedente tabella divenga in seguito minore, le due linee perciò saranno verificate e se occorre corrette mediante ulteriori osservazioni, ma rimane tuttavia dimostrato che l'istante del contatto dell'immagine colla linea meridiana, può essere determinato, anche con un gnomone di moderate dimensioni ed anche in condizioni non molto favorevoli, con un errore che non supera il minuto secondo. Una maggior precisione potrebbe aversi inoltre tracciando parecchie linee parallele e simmetriche rispetto alla linea meridiana e prendendo l'istante medio di tutti i contatti dell'immagine con esse come mezzogiorno vero.

Invece ho trovato piuttosto danno che vantaggio dal raffinare con vari mezzi l'osservazione del contatto. Così l'ingrandimento ottenuto osservando l'immagine con una lente, o microscopio o canocchiale i quali ingrandiscono proporzionalmente la larghezza della sfumatura è certo meno vantaggioso d'un uguale o minore ingrandimento ottenuto aumentando la distanza della immagine. Così un'attentissima osservazione del primo bagliore prodotto dall'immagine, ricevuta perciò in uno spazio ben oscuro, non giova perchè l'istante della sua apparizione è molto più indeterminato che non quello del contatto dell'immagine colla linea meridiana.

Se la linea meridiana venisse tracciata geometricamente, cioè segnando le due linee inviluppi di tutte le successive posizioni dell'immagine, e determinando i punti medi delle due intersezioni di ciascuna linea con ciascuno

dei circoli aventi per centro il piede della verticale abbassata dal centro del foro, la grande obliquità colla quale s'intersecano questi circoli e le linee suddette (ossia la piccola velocità del movimento dell'immagine in altezza rispetto a quella laterale) è poco favorevole all'esattezza, tuttavia il gran numero di punti che si possono facilmente segnare rende probabile di ottenere la linea meridiana sufficientemente esatta.

Jordan traccia questa linea segnando la posizione del centro dell'ombra a mezzogiorno vero dato da un orologio preciso, regolato misurando un'altezza solare, oppure col metodo delle altezze corrispondenti; per questo metodo può servire invece del teodolite o sestante un semplice strumentino di dimensioni poco maggiori di un ciondolo da orologio, che descriverò in una prossima Nota.

Fisica. — *Influenza del modo di procedere nella deformazione sulle proprietà elastiche nel marmo.* Nota del dott. PERICLE GAMBA, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Fino dai miei primi studi sul comportamento elastico del marmo ⁽¹⁾ avevo avuto occasione di osservare che, compiendo dei cicli sempre più vasti, i valori medi delle deformazioni subite dalla sostanza in esame non rimanevano costanti: nè le curve rappresentanti graficamente i cicli stessi conservavano lo stesso andamento, se le forze flettenti erano applicate al corpo in modo differente.

Dubitando che il modo, con cui le singole lastrine sono deformate, potesse influire anche sul valore della deformazione media, elemento fondamentale per la determinazione del modulo di elasticità, ho intrapreso uno studio a questo proposito e ne espongo qui di seguito i risultati.

Ho adoperato delle lastrine di marmo in tutto simili a quelle già descritte nella Nota citata e lo stesso metodo di osservazione.

Le operazioni compiute sulle singole lastrine sono state le seguenti, ma non sempre si sono seguite nell'ordine indicato:

1. Una data lastrina veniva sollecitata con un dato peso P ; esso agiva per un tempo T , alla fine del quale si osservava la deformazione massima Δ raggiunta dalla lastrina; poi il peso veniva tolto e dopo trascorso un tempo T , uguale al precedente, si notava la deformazione residua δ .

2. La stessa lastrina, ricondotta allo stato iniziale il più esattamente possibile, veniva sollecitata da un peso P' metà di P per un tempo T' metà di T , alla fine del quale gli si aggiungeva un nuovo peso P' uguale al precedente, che agiva con esso per altri T' minuti, di modo che alla fine di un tempo $T = 2 T'$ la lastrina veniva ad essere sollecitata dallo stesso

⁽¹⁾ Nuovo Cimento, Novembre 1898.

peso P . Si notava la deformazione massima Δ , quindi si sopprimeva un peso P' e dopo T' minuti anche l'altro e trascorso ancora un tempo uguale a T' si osservava la deformazione residua δ .

3. Ricondotta la lastrina allo stato iniziale, si applicava ad essa un peso P'' metà di P' e lo si faceva agire per un tempo T'' metà di T' , alla fine del qual tempo si applicava un altro peso P'' per T'' minuti e quindi un altro pure uguale a P'' per altro tempo uguale, e finalmente un altro peso per ugual tempo. Perciò alla fine del tempo $T = 4 T''$ la lastrina era sollecitata da un peso $4 P'' = P$, come nei casi precedenti.

Si leggeva la deformazione massima, poi nello stesso ordine ed agli stessi intervalli di tempo i pesi venivano soppressi, finchè dopo un tempo T si leggeva la deformazione residua.

4. Ricondotta la lastrina allo stato iniziale, si operava su essa come nel caso precedente, adoperando però un peso P''' metà di P' e facendolo agire per un tempo T''' metà di T'' e quindi successivamente aggiungendo altri pesi uguali a P''' agenti ciascuno per T''' minuti, finchè dopo un tempo $T = 8 T'''$ la lastrina veniva sollecitata da un peso $P = 8 P'''$. Letta la deformazione massima, si toglievano i pesi nello stesso ordine, finchè dopo un tempo ancora uguale a T si leggeva la deformazione residua.

5. Finalmente, sempre dopo aver ricondotta la lastrina allo stato iniziale, si agiva su essa per cicli, come è descritto nella Nota citata, in modo però che il massimo peso flettore fosse ancora uguale a P e la durata della sua azione nel ciclo più vasto uguale a T minuti. Si notava la massima deformazione subita dalla lastrina e la deformazione residua.

Come valore della deformazione media si prendeva la media fra i valori delle deformazioni per l'applicazione dei singoli pesi successivi.

Lunghe e laboriose sono state le operazioni per ricondurre volta per volta le lastre allo stato iniziale, giacchè per un fenomeno di accomodamento spontaneo e probabilmente a causa della elasticità di seconda specie, le lastre tendevano ad assumere uno stato di equilibrio, che non corrispondeva esattamente allo stato iniziale; e d'altronde il verificarsi della legge di variazione delle deformazioni medie, variando i processi di deformazione, dipendeva in gran parte dalla eliminazione della deformazione residua, lasciata sulle lastre dalle forze flettenti. Inoltre queste operazioni le ho dovute compiere a distanza di tempo, avendo constatato, che è solo apparente il ritorno allo stato iniziale di una lastrina, compiuto appena cessato di operare su essa; dopo alcune ore si poteva subito notare uno spostamento, segno che l'equilibrio molecolare non era raggiunto e non era cessato lo stato di anisotropia destato colle flessioni nel corpo. Era quindi necessaria una nuova operazione per riavere la lastrina alle condizioni volute. Per evitare ciò, lasciavo che per alcuni giorni decrescesse in virtù di elasticità susseguente la deformazione residua e poi applicavo dei pesi in senso contrario, finchè questa deformazione era scomparsa.

Nelle tabelle seguenti riporto i valori trovati per la deformazione massima (\mathcal{A}), per la deformazione residua (δ) in ogni operazione e per le relative deformazioni medie (ϵ) dovute sempre alla stessa forza flettente.

Nel primo caso si applica un peso di 160 gr. e lo si fa agire per 16 minuti primi, poi si toglie dopo aver osservata la deformazione corrispondente e lasciati trascorrere altri 16' si osserva la deformazione residua δ . Nel secondo caso si applica un peso di 80 gr. e si fa agire per 8', poi un altro pure di 80 gr. che agisce per altri 8' e quindi, dopo aver letta la deformazione massima, si tolgono successivamente i due pesi alla distanza di 8' l'uno dall'altro e si legge la deformazione residua. Come si vede il peso flettore è stato ancora di 160 gr., la deformazione massima è stata letta dopo 16' dall'applicazione dei pesi, come nel caso precedente. Nel terzo caso si applica in principio un peso di 40 gr. e poi successivamente altri tre uguali alla distanza di 4' l'uno dall'altro, sicchè dopo 16' si trova applicato il peso massimo di 160 gr.; si osserva la deformazione massima \mathcal{A} e si tolgono i pesi nello stesso ordine e collo stesso intervallo di tempo, in modo che dopo altri 16', soppressi i pesi, si osserva la deformazione residua. Nel quarto caso si adoperano pesi ciascuno di 20 gr. e si applicano alla distanza di 2' l'uno dall'altro; così dopo 16' si raggiunge il peso massimo di 160 gr. e si legge la deformazione corrispondente; poi si tolgono i pesi collo stesso ordine ed alla stessa distanza di tempo, finchè dopo altri 16', soppressa ogni forza deformatrice, si legge la deformazione residua. Nel quinto caso si compiono due cicli, usando pesi di 20 gr., l'uno fino ad un massimo di 80 gr., l'altro fino a 160 gr., applicando e sopprimendo i pesi alla distanza di 2' l'uno dall'altro.

(Vedi Tabella I e diagrammi relativi (Fig. 1)).

25 aprile					28 aprile				
Osser- vazioni	Deformazione	Differenza	Deformazione	Differenza	Osser- vazioni	Deformazione	Differenza	Deformazione	Differenza
0	000		008		0	000		003	
1	144	144	008	000	1	077	077	003	000
2	145	001	008	000	2	079	002	004	001
3	146	001	009	001	3	080	001	005	001
4	147	001	009	000	4	080	000	079	074
5	148	001	010	001	5	148	068	080	001
6	149	001	010	000	6	149	001	080	000
7	149	000	011	001	7	150	001	081	001
8	150	001	150	139	8	152	002	152	071

Lastrina n. 1.

P = 160 gr. per 16'.

Lastrina n. 1.

P = 160 gr.; p = 80 gr. per 8' ciascuno.

7 maggio					3 maggio				
Osservazioni	Deformazione	Differenza	Deformazione	Differenza	Osservazioni	Deformazione	Differenza	Deformazione	Differenza
0	000		011		0	000		016	
1	056	056	011	000	1	021	021	032	016
2	058	002	057	046	2	040	019	052	020
3	089	031	058	001	3	060	020	072	020
4	090	001	093	035	4	080	020	092	020
5	124	034	095	002	5	100	020	111	019
6	125	001	127	032	6	120	020	128	017
7	158	033	128	001	7	141	021	145	017
8	159	001	159	031	8	162	021	162	017

Lastrina n. 1.

P = 160 gr.; p = 40 gr. per 4' ciascuno.

Lastrina n. 1.

P = 160 gr.; p = 20 gr. per 2' ciascuno.

Tabella I.

	Lastrina n. 1			Lastrina n. 6		
	Δ	δ	ϵ	Δ	δ	ϵ
P = 160 gr. . .	150	008	18,25	145	003	17,93
p = 160 " . .				(147)	(003)	(18,18)
P = 160 " . .	152	003	18,81	150	003	18,56
p = 80 " . .						
P = 160 " . .	159	011	19,19	148	000	18,50
p = 40 " . .						
P = 160 " . .	162	016	19,25	148	000	18,50
p = 20 " . .						
(per cicli) P = 160 gr.	162	010	19,34	159	006	18,68
p = 20 "						

Tabella II.

	Lastrina n. 2			Lastrina n. 4		
	Δ	δ	ε	Δ	δ	ε
P = 160 gr. . .	270	062	2 987	172	005	21.19
p = 160 " . .				(173,	(006)	(21.25)
P = 160 " . .	289	078	301 2	170	000	21,25
p = 80 " . .						
P = 160 " . .	270	053	3043	170	000	21,25
p = 40 " . .						
P = 160 " . .	250?	050	(2812,	173	002	21,50
p = 20 " . .						

Tabella III.

	Lastrina n. 3			Lastrina n. 5			
	Δ	δ	ε	Δ	δ	ε	
P = 160 gr.	181	023	21,25	104	012	9,8	P = 200 gr.
p = 160 "							p = 200 "
P = 160 "	178	012	21,50	120	012	11,4	P = 200 "
p = 80 "							p = 100 "
P = 160 "	178	011	21,56	Lastrina di spessore molto maggiore delle altre.			
p = 40 "							

P indica il peso massimo cui la lastrina è assoggettata.

p " i pesi successivamente posti sulla lastrina.

I numeri fra parentesi indicano che l'osservazione è stata ripetuta dopo aver intercalate tutte le altre.

Nell'ultima operazione la lastrina n. 2 non era stata ricondotta perfettamente allo stato iniziale.

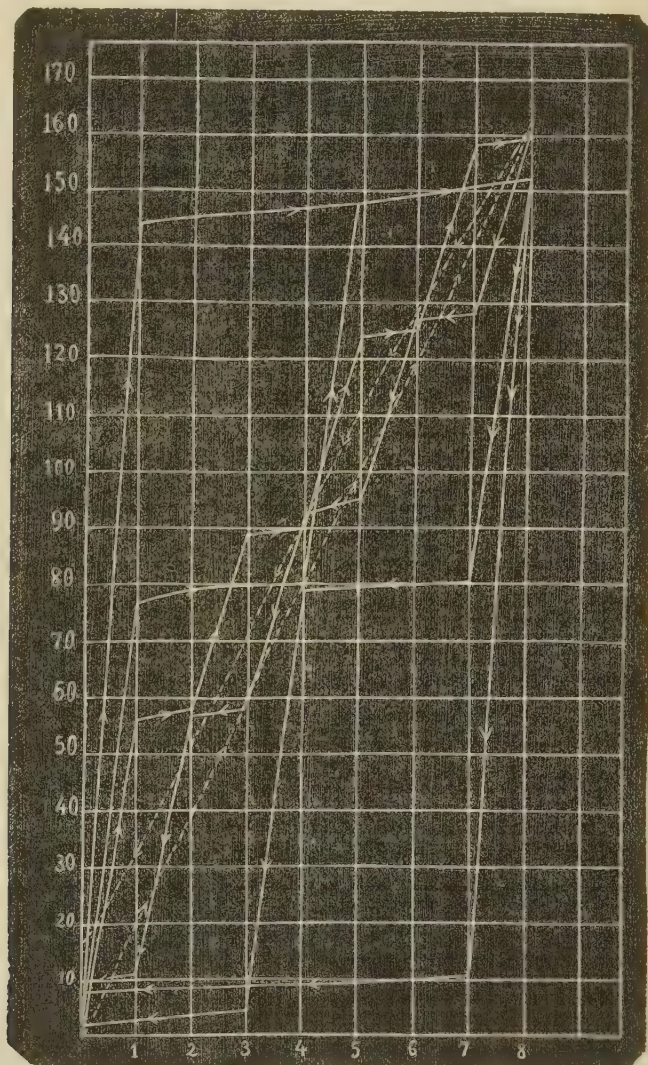
Per un urto accidentale nel ricondurla allo stato iniziale la lastrina n. 3 si rompe.

Le varie osservazioni, come ho già detto fin da principio, non si sono sempre seguite collo stesso ordine, con cui sono riportate nelle tabelle.

Come si vede chiaramente dalle tabelle precedenti le deformazioni medie variano al variare del modo con cui sono applicate le forze flettenti. Esse tendono ad aumentare, frazionando il peso massimo, che deve sollecitare le

lastrine, ed applicando i pesi frazionari successivamente con dati intervalli costanti di tempo, in modo però che l'azione di questi pesi e quella del peso massimo abbiano la stessa durata.

(Vedi Tabella I, lastrina n. 1).



(Osservazioni fatte ogni 2').

tempi

P = 160 gr.	P = 160 gr.	P = 160 gr.	P = 160 gr.
p = 160 "	p = 80 "	p = 40 "	p = 20 "

FIG. 1.

Ho poi limitato questo studio ad una frazione discreta del massimo peso flettore, perchè in questo modo ho potuto, con osservazioni ogni 2', seguire l'andamento del fenomeno, per poterlo, volendo, rappresentare con una curva (vedi fig. 1). Ma mi ero riservato di completare questa mia Nota con altre

osservazioni sul medesimo soggetto compiute successivamente, che confermano i risultati precedentemente esposti.

Alcune delle lastrine già studiate e ricondotte allo stato iniziale con sufficiente precisione ed altre mai adoperate, le ho assoggettate a forze flettenti che da un valore relativamente piccolo passavano per gradi quasi insensibili a valori piuttosto grandi, e colla medesima legge all'incirca decrescevano fino ad assumere il valore primitivo.

Dopo numerose prove ho potuto raggiungere l'intento, costruendomi un leggiero recipiente di legno, il fondo del quale era attraversato da un tubetto di vetro che terminava all'esterno con un foro assai piccolo, mentre nell'interno era piegato ad U, in modo da poter funzionare come un sifone in un vaso di Tantalo. Questo recipiente poteva essere appeso alla staffa applicata alla lastrina. In esso si faceva cadere del mercurio contenuto in un altro recipiente e dal quale l'efflusso si poteva regolare in modo che il recipiente di legno impiegasse lo stesso tempo a riempirsi ed a vuotarsi. Così per gradi quasi insensibili la lastrina era sollecitata con aumenti di peso costanti fino al massimo, dopo il quale per l'efflusso spontaneo del liquido diminuivano gradatamente le forze flettenti. Nel frattempo osservavo periodicamente al canocchiale la deviazione della scala riflessa dagli specchietti dalla quale poi deducevo, come al solito, la deformazione delle lastrine. Queste poi ricondotte sempre con ogni cura allo stato iniziale, venivano dopo qualche tempo sollecitate con un peso unico equivalente al peso massimo precedente e che agiva pure per un tempo uguale; le osservazioni al canocchiale erano fatte cogli stessi intervalli.

Qui di seguito riporto le tabelle coi numeri corrispondenti alle singole osservazioni ed i valori delle deformazioni massime, residue e medie, che pongo a confronto fra di loro.

Vedi Tabella IV e diagramma relativo (Fig. 2).

30 agosto 1904.

Osservazioni	Deformazione	Differenza	Deformazione	Differenza	
0	000		010		Lastrina n. 7.
1	010	10	028	18	Peso del vasetto vuoto = gr. 12.
2	028	18	042	14	" mercurio = gr. 150.
3	046	18	058	16	P = 152 gr.
4	065	19	072	14	Osservaz. fatte ogni min. primo.
5	082	17	087	15	L'ultima osservazione è fatta
6	099	17	100	13	alla distanza di circa $\frac{1}{2}$ min.
7	117	18	115	15	dalla precedente.
8	133	16	132	17	
9	151	18	146	14	
10	(160)	(9)	(160)	(14)	

Tabella IV.

	Lastrina n. 6			Lastrina n. 7		
	Δ	δ	ε	Δ	δ	ε
P = 162 gr. . .	151	003	18,45	153	000	18,88
p = 162 " . .	(150)	(001)	(18,46)			
P = 162 " . .	154	008	18,52	160	010	19,13
p frazionatissimo						

Tabella V.

	Lastrina n. 8			Lastrina n. 9		
	Δ	δ	ε	Δ	δ	ε
P = 162 gr. . .	178	012	21,50	162	016	19,25
p = 162 " . .						
P = 162 " . .	178	011	21,56	162	012	19,50
p frazionatissimo						

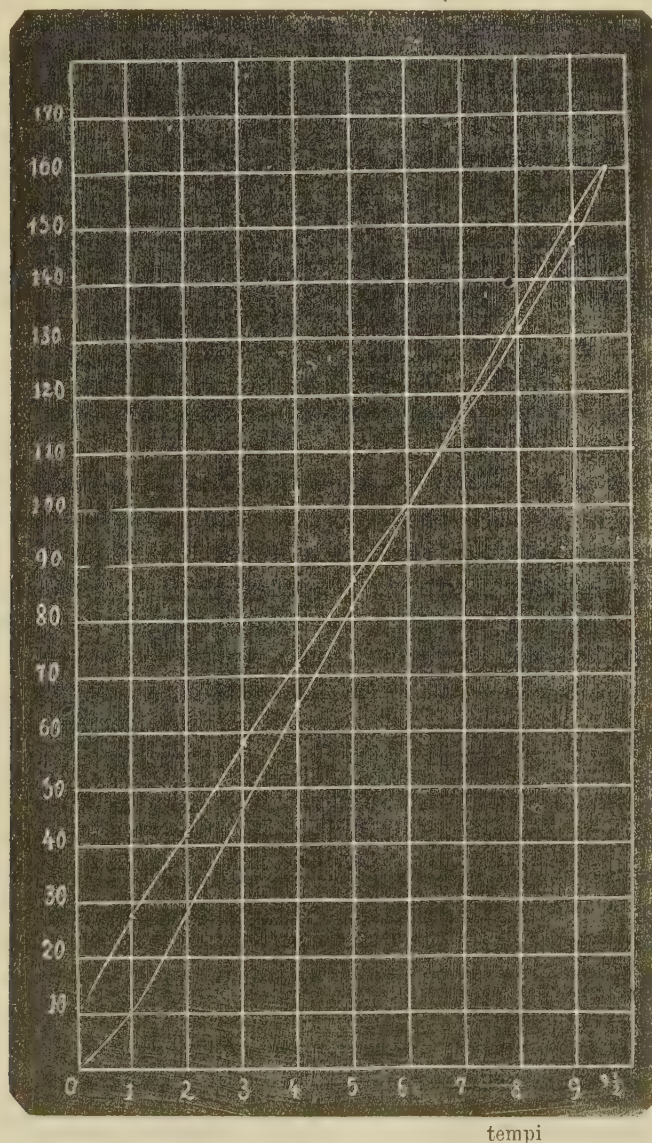
L'esperienza, in questo modo eseguita, conferma quanto abbiamo già asserito; la deformazione media tende ad aumentare, come era prevedibile, e ciò malgrado le esigenze del metodo.

Infatti, fra esse, l'azione del vasetto di legno, che continua a gravitare sulla lastrina per qualche istante dopo cessato l'efflusso del liquido e quindi tende a mantenere la deformazione residua ad un valore superiore al reale, non è da trascurarsi, in quanto che è noto che basta un piccolo peso residuo per impedire che la lastrina riprenda la posizione iniziale e mantenga per un tempo relativamente lungo una deformazione, che in condizioni normali corrisponderebbe ad una notevole forza flettente. Ciò malgrado la legge si verifica.

Ma la curva che rappresenta il fenomeno (vedi fig. 2) non è la stessa, giacchè l'efflusso del liquido dal recipiente non è costante; il vasetto si vuota in tempo uguale a quello impiegato per riempirsi, ma mano a mano che diminuisce la pressione sulla superficie del liquido l'efflusso diminuisce; quindi in principio in un tempo t esce più liquido di quello che sia entrato nello stesso intervallo, mentre via via questa quantità va scemando, fino a

divenire uguale e poi minore. Mentre nella curva il ramo di andata è in tutto simile a quello delle altre curve, il ramo di ritorno è in principio più basso, poi ad un dato momento taglia la curva precedente e le

(Vedi Tabella IV, lastrina n. 7).



P = 162 gr. - Sollecitata in modo continuo.

FIG. 2.

rimane al di sopra. E si deve notare che anche per ciò le singole lastrine tendono a conservare una deformazione permanente, che non mostrano, almeno così grande, assoggettandole alle stesse forze deformatrici massime, agenti per lo stesso tempo senza frazionamenti.

Chimica. — *Sull'aldeide β -ossinaftoica*. Nota di M. BETTI e C. M. MUNDICI, presentata dal Corrispondente A. PICCINI.

Il β -naftolo, quantunque contenga il gruppo tipico dei fenoli, pure si differenzia da questi in diverse reazioni; d'altra parte è anche noto che il suo metino in posizione 1 possiede un carattere del tutto particolare, potendosi facilmente sostituirne l'idrogeno con elementi e radicali diversi. Alcuni composti formati in tale modo presentano delle analogie con quelli della canfora, che ha pure un atomo d'idrogeno dotato di particolari proprietà.

In conclusione, esaminando i composti derivanti da:

Fenolo, β -Naftolo, Canfora,

si riconosce che in certi casi esiste analogia più stretta fra naftolo e canfora che non fra naftolo e fenolo.

Dell'aldeide β -ossinaftoica erano già note alcune reazioni nelle quali si comporta in modo normale. Non si può però dire altrettanto pei composti che essa forma colla fenilidrazina e con alcune amine primarie, pei quali Gattermann e Horlacher ⁽¹⁾ e Fosse ⁽²⁾ danno punto di fusione e composizione diverse. Per tali derivati Fosse dice che « le analisi non sembrano condurre alla formula semplice: $\text{HO} \cdot \text{C}_{10}\text{H}_6 \cdot \text{CH} = \text{N} \cdot \text{R} \cdot$ ».

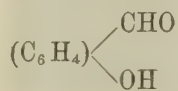
Le considerazioni sopra accennate e le divergenze nei risultati sperimentali ora ricordati ci indussero a studiare *se e come* si manifestassero fra:

Aldeide salicilica, Ald. β -ossinaftoica, Ald. canforica (ossimetilencanfora),

le relazioni che il naftolo mostra ora col fenolo, ora colla canfora.

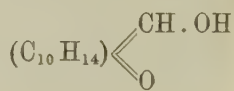
A questo studio ci invogliava anche il fatto che i due termini di confronto (l'ald. salicilica e l'ossimetilencanfora) appartengono a tipi fra loro spiccatamente distinti ⁽³⁾:

tipo ossialdeidico



(Ald. salicilica)

tipo ossimetilenico



(Ossimetilen-canfora)

Invero il dubbio che l'aldeide β -ossinaftoica potesse più ravvicinarsi al

⁽¹⁾ Berichte, XXXII, 285.

⁽²⁾ Bull. Soc. chim. [3], 25, 373.

⁽³⁾ Cfr. Bishop, Claisen e Sinclair., Ann. der Chem., 281, 328.

secondo di questi tipi trovava appoggio nelle proprietà dei prodotti di ossidazione corrispondenti a dette aldeidi:

Acido salicilico, *Acido β-ossinaftoico*, *Ac. canfocarbonico*; questi ultimi sono ambedue di minore stabilità che non l'acido salicilico e perdono assai più facilmente anidride carbonica.

In pari modo il miscuglio cromatico mentre trasforma tanto l'aldeide del naftolo che quella della canfora nei rispettivi orto-chinoni, non agisce con risultato analogo sull'aldeide salicilica.

D'altra parte però colla fusione con potassa caustica, tanto l'aldeide salicilica che quella naftolica formano i rispettivi acidi, mentre l'ossimetilencanfora non mostra un corrispondente comportamento.

Anche l'anidride acetica che colle due prime aldeidi può formare i derivati tri-acetilici, e le rispettive cumarine (¹), forma coll'ossimetilencanfora semplicemente un derivato mono-acetilico.

Tale la fisionomia del composto che abbiamo voluto studiare più a fondo.

Possiamo dire fin d'ora che già dai risultati esposti in questa nota risulta come in qualche caso esso non si comporta nè secondo il tipo ossialdeidico, nè secondo quello ossimetilenico, ma spiega un modo di agire del tutto speciale.

Era prima di tutto da mettere in chiaro la causa delle divergenze fra i risultati di Gattermann e Horlacher e quelli di Fosse, relativi ai prodotti di condensazione colla fenilidrazina e colle amine aromatiche. Preparammo perciò l'aldeide con ambedue i metodi seguiti rispettivamente da essi. Però entrambi i prodotti così ottenuti ci fornirono derivati tra loro identici e del tipo normale generale: $R \cdot CH = N \cdot R$.

Per le analisi devesi notare che queste sostanze bruciano con estrema difficoltà e, particolarmente per le determinazioni di azoto, soltanto con speciali precauzioni si ottengono valori giusti. Per le diversità nei punti di fusione la discordanza sta nel fatto che Fosse spesso fa la determinazione servendosi del *blocco Maquenne*. Questo metodo non dà sempre risultati confrontabili con quelli avuti usando il solito bagno ad acido solforico, ciò che del resto anche altri recentemente hanno rilevato (²).

Messo in chiaro questo punto controverso, abbiamo preso in esame la condensazione dell'aldeide coll'acido malonico. Si compie in modo normale, anzi, con perfetta corrispondenza coll'aldeide salicilica (³), anche il derivato naftolico forma un'anidride interna di tipo cumarinico:

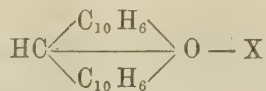


(¹) Kauffmann, Berichte, XVI, 684. Perkin, Ann. der Chem., 148, 205.

(²) A. Müther e B. Tollens, Berichte, XXXVII, 313.

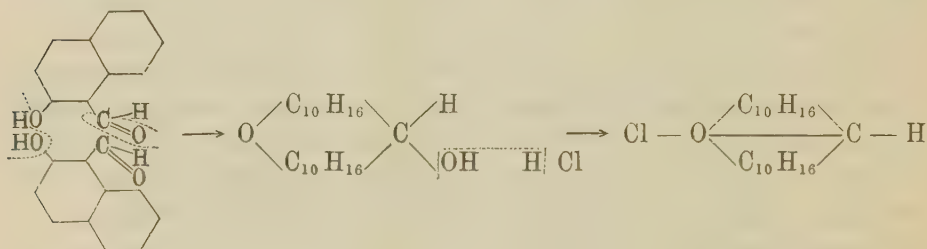
(³) Stuart, Journ. Ch. Soc., 1886, I, 365.

Di maggiore interesse sono i risultati raggiunti facendo agire il gas cloridrico secco sopra l'aldeide sciolta in alcool. Abbiamo così ottenuto un sale ossonico della serie xantenica del tipo generale:



L'ossimetilencanfora in condizioni analoghe subisce l'eterificazione dell'ossidrile ossimetilenico ($=\text{CH}-\text{OR}$), l'aldeide salicilica forma un composto di color rosso vino, già ottenuto da altri ⁽¹⁾, e che non ha affatto i caratteri di un sale ossonico.

Siamo arrivati a mettere in chiaro la natura e la costituzione del sale ossonico sopra ricordato, trasformandolo in derivati della stessa serie già descritti, preparati dal bromuro di dinaftoxantidrola ⁽²⁾. Viene in appoggio alla nostra interpretazione l'analogia che alcune reazioni del sale d'ossonio da noi preparato mostrano con quelle sperimentate da Werner ⁽³⁾ sul sale ossonico da lui ottenuto trattando con biossido di manganese e acido cloridrico il β -cloral-dinafto-xantene.



La determinazione crioscopica del peso molecolare di questi composti della serie xantenica, conduce alla formula semplice sopra riportata.

Preparazione dell'aldeide β -ossinaftoica.

La preparammo dapprima col metodo dato dal Fosse ⁽⁴⁾, ma per separare l'aldeide dagli altri prodotti della reazione, si preferì alla distillazione nel vuoto l'estrazione a caldo con eteri di petrolio, dai quali si ebbe subito cristallizzata l'aldeide pura.

Nelle preparazioni successive impiegammo la reazione di Gattermann ⁽⁵⁾. Ad una soluzione di 50 gr. di β -naftolo in 100 gr. di etere anidro si aggiungono 50 gr. di cloruro di zinco fuso di recente e triturato, e il miscuglio

⁽¹⁾ Bishop, Claisen e Sinclair, loc. cit.

⁽²⁾ R. Fosse, Bull. Soc. chim., [3], 27, 497.

⁽³⁾ Ann. der Chem., 322, 310.

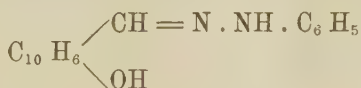
⁽⁴⁾ Bull. Soc. chim. [3], 25, 371.

⁽⁵⁾ Berichte, XXXI, 1149.

si raffredda completamente con acqua e ghiaccio. Dopo ciò vi si introducono 35 cc. di acido cianidrico liquido anidro e si comincia a far passare una corrente di gas cloridrico secco. Dopo mezz'ora si cessa di raffreddare, ma si fa continuare la corrente dell'acido cloridrico fino a che il liquido non sia saturo. Il cloridrato dell'aldimina, che precipita a mano a mano che gorgoglia l'acido cloridrico, si separa poi per filtrazione, si lava con etere anidro e si decompone sospendendolo in acqua e scaldando per circa mezz'ora a bagno maria. Si separa l'aldeide come un olio rosso-bruno che poi cristallizza. Si purifica dall'alcool: prismi giallognoli, talora aghi, fondenti a 81°-82.

Condensazione colla fenilidrazina e colle amine primarie.

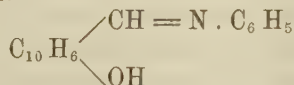
Fenilidrazone. Si fa agire in soluzione alcoolica la fenilidrazina sopra l'aldeide e si scalda per pochi minuti: col riposo si separa il derivato in lunghi aghi lucenti di color citrino. È discretamente solubile in alcool a caldo, pochissimo a freddo: si scioglie di più in acido acetico e in benzene. Puro fonde a 206°.



Analisi (1). Per cento:

	Trovato		Calcolato
C	77,82	77,69	77,86
H	5,02	5,26	5,34
N	10,39	10,13	10,68

β-ossinaftiliden-anilina. Aggiungendo 1 gr. di anilina ad 1 gr. di aldeide sciolta a caldo in poco alcool, si forma una soluzione intensamente gialla che per raffreddamento depone l'anilide sotto forma di massa giallo oro splendente. Cristallizzata dall'alcool fonde a 98°-99. Si scioglie molto in benzene, meno in etere.



Analisi (2). Per cento:

	Trovato		Calcolato
C	82,44	82,61	82,59
H	5,13	5,19	5,26
N	5,63	5,57	5,67

(1) Nelle determinazioni di azoto si ottengono valori giusti, come quelli sopra scritti bruciando lentissimamente la sostanza ben mescolata con ossido ramico di grana assai fine e cromato di piombo; operando come di solito possono ottenersi risultati fra loro diversissimi, come accadde anche a noi nelle analisi dapprima fatte.

Per cento:

	Trovato		Calcolato
N	7,89	8,22	10,68

(2) Vedi nota precedente. Anche per questo composto le prime analisi dettero risultati anormali.

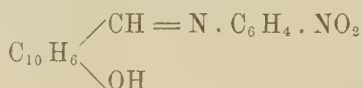
Per cento:

	Trovato		Calcolato
N	4,41	3,71	5,67

Gattermann e Horlacher danno per questi due composti rispettivamente i punti di fusione 205° e 99°; Fosse 195° e 87° (b. M.). I nostri coincidono con quelli dei due primi. Ottenemmo derivati identici sia coll'aldeide preparata col metodo di Fosse, sia secondo Gattermann. La costanza delle proprietà fisiche e della composizione ci fa ritenere che le divergenze che si trovano nella letteratura siano da riferirsi alla difficoltà colla quale dette sostanze bruciano, e non a differenze di costituzione.

A conferma di questa conclusione abbiamo preparata anche un'altra anilide, che fu pure riconosciuta corrispondere al tipo generale.

β-ossinaftiliden- p. nitroanilina. Si mescolano le soluzioni alcooliche di gr. 1,7 di aldeide e gr. 1,3 di nitroanilina. Col riposo si separa una massa cristallina rosso sangue che purificata dall'alcool caldo si ha in aghi rosso cupo con riflessi metallici verdi. È pochissimo solubile in etere, si scioglie in benzene e ne cristallizza per raffreddamento in squamette giallo rosse e per lenta evaporazione in larghe lamelle rosso-rubino, fonde a 222°.

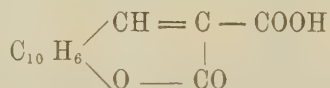


Analisi. Per cento :

	Trovato	Calcolato
N	9,17	9,59

Condensazione coll'acido malonico.

Acido 1, 2, naftocumarin-carbonico. Gr. 1 di aldeide, gr. 1 di ac. malonico e gr. 1 di ac. acetico si scaldano a bagno maria per 15-16 ore. Il liquido si fa bruno e col raffreddamento si separa una massa cristallina. Si purifica dall'alcool dal quale si ottiene talora in squamette, altre volte in aghi setacei giallognoli fondenti a 233° con decomposizione. La soluzione alcoolica, di splendida fluorescenza giallo-azzurra, è debolmente acida al tornasole.



Analisi (¹). Per cento :

	Trovato	Calcolato
C	70,91	70,00
H	3,25	3,33

(¹) Il valore della percentuale del carbonio è un po' alto, probabilmente perchè già nella purificazione si ha incipiente decomposizione.

Azione dell'acido cloridrico secco.

A temperatura media l'acido cloridrico secco è senza azione sull'aldeide sciolta in etere. Altrimenti si comportano le soluzioni in alcool metilico ed etilico. Gr. 3,4 di aldeide si sciolsero in circa 50 cc. di alcool metilico (99 %) e nella soluzione giallo bruna, raffreddata con acqua, si fece passare una corrente di gas cloridrico secco continuando per circa mezz'ora oltre la saturazione completa. La soluzione si fa prima violacea, poi diviene di un intenso azzurro d'indaco: dal liquido si separa una massa cristallina di color verde moscone, che si lava con etere, si essicca e si mantiene qualche giorno nel vuoto in presenza di acido solforico, calce e paraffina. Contiene cloro ⁽¹⁾; coll'acqua anche fredda si decompone; è poco solubile in etere ed in benzene anidri, solubile in acido acetico con intenso color bruno. Riscaldato verso 115° dà luogo alla formazione di goccioline, a 216-218° fonde decomponendosi.

Le trasformazioni che esso subisce nel trattamento cogli alcoli sia a freddo che a caldo, permisero di chiarirne la costituzione.

Azione dell'alcool metilico a freddo.

Gr. 1 del prodotto sopradescritto si trattano con circa 40 cc. di alcool metilico e il liquido di color azzurro intenso si lascia a sè per un'ora. Si deposita una sostanza cristallina di color azzurro cupo che si filtra e si lava con alcool metilico. Purificata ripetutamente cristallizzandola dall'alcool metilico caldo si ottiene in prismetti, appena giallognoli, fortemente rifrangenti, che fondono a 178°.

All'analisi corrispondono alla formula $C_{22}H_{16}O_2$.

Per cento:

	Trovato	Calcolato
C	84,50	84,16
H	5,09	5,12

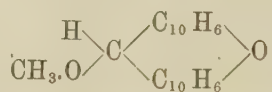
Riguardo alla costituzione di questo derivato dobbiamo prendere in considerazione che esso si ottiene decomponendo con alcool un composto clorurato intensamente colorato che presenta tutti i caratteri di un sale di ossonio. Tale modo di formazione fa risaltare la analogia di questo composto con quelli ottenuti da Werner ⁽²⁾ facendo agire alcool metilico ed etilico sul sale ossonico preparato per ossidazione dell'ossido di β cloral-dinaftilene con MnO_2 e acido cloridrico. Werner ritiene tali composti essere degli alcoolati e, gene-

(1) Il cloro vi si trova ancora dopo che è rimasto per parecchi giorni nel vuoto nelle condizioni accennate, e anche dopo prolungato riscaldamento in stufa a 105°. Non si poterono avere valori quantitativi soddisfacenti stante la difficoltà di purificare il composto senza alterarlo.

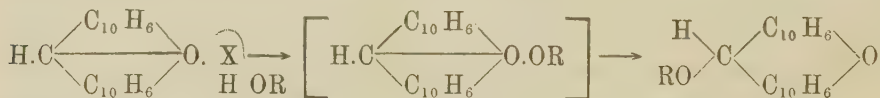
(2) Ann. der Chem. 322, 310.

ralizzando, estese ad essi la sua teoria sulle combinazioni molecolari interpretate col sussidio delle valenze laterali (¹).

Secondo tale modo di vedere l'acido cloridrico anidro agendo sull'aldeide in soluzione metilica, formerebbe un cloridrato di dinaftoxantidrola e il composto ora analizzato sarebbe l'etere metilico della struttura:



Esso nascerebbe dal sale ossonico per sostituzione dell'ossialchile all'alogeno, in seguito ad una trasposizione molecolare colla quale si passa dalla forma ossonica alla pseudo:



Le prove seguenti confermano questa interpretazione.

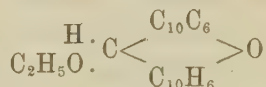
Azione dell'alcool etilico a freddo.

Volemmo riconoscere se conduceva ad un composto simile a quello ora descritto ma contenente un residuo ossietilico.

A gr. 1 del prodotto primitivo si aggiungono circa 45 cc. di alcool etilico e, come nel caso precedente, si ottiene un liquido azzurro cupo ed una sostanza cristallina. Lavata con alcool ed essiccata, fonde a 147° in un liquido torbido che si fa trasparente solo verso 180°. Dopo ripetute cristallizzazioni dall'alcool bollente si ha in aghi setacei incolori, che all'aria si arrossano un poco: fondono a 149°.

Dall'alcool colorato in azzurro, concentrando, si ricava in piccola quantità una sostanza fondente a 202° che si forma in quantità prevalente agendo con alcool *a caldo*. Nel distillato si trova dell'aldeide acetica la cui presenza sta appunto in rapporto colla formazione di tale composto fondente a 202°.

L'analisi del derivato fondente a 149° dà valori corrispondenti all'etere etilico del dinafto-xantidrola:



Per cento:

	Trovato		Calcolato
C	84,83	84,74	84,66
H	5,24	5,25	5,52

(¹) Ann. der Chem. 322, 261.

Il *peso molecolare* fu determinato per crioscopia in benzene, nel qual solvente la sostanza è estremamente solubile.

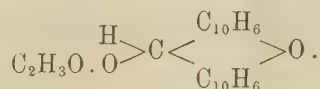
Trovato
P. M. 289

Calcolato per $C_{23}H_{18}O_2$
326

A questi derivati xantenici spetta dunque la formula semplice finora adottata.

Picrato. Mescolando soluzioni benzeniche del composto etilico e di acido pierico, si ottiene un picrato di color rosso vivo che fonde a 241° .

Derivato acetilico. Per azione dell'anidride acetica sul nostro derivato etilico si dovrebbe arrivare ad un derivato della struttura seguente:



Ora il composto di questa configurazione è già stato preparato per altra via e se ne conoscono le proprietà (¹).

Gr. 1 di dinaftoxantidrola etilico vengono scaldati a ricadere con 6 cc. di anidride acetica per un'ora. Alla soluzione fredda si aggiunge alquanto acqua; si separa un olio che dopo alcuni giorni si rapprende in una massa cristallina. Purificata dall'alcool e poi dal benzene si ottiene in aghi setacei gialli fondenti a 194° . Tanto l'analisi che le proprietà corrispondono alla formula data ed al composto già stato descritto.

Per cento:

	Trovato
C	81,55
H	4,64

	Calcolato per $C_{23}H_{18}O_3$
	81,17
	4,70

Trasformazione nel derivato metilico. Il derivato etilico fondente a 149° fatto cristallizzare dall'alcool metilico subisce la sostituzione del radicale alcoolico e si trasforma nell'etere metilico (178°) che prima abbiamo descritto. E da notarsi che trattando questo con alcool etilico non abbiamo potuto analogamente ottenere la trasformazione inversa.

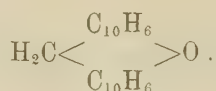
Azione dell'alcool etilico a caldo.

Questa prova ci ha fornito ancora una conferma per la costituzione da noi adottata dei composti sopra descritti e per la natura del sale ossonico che in primo luogo si forma.

Gr. 1 di sale ossonico si aggiungono a poco a poco a circa 50 cc. di alcool bollente: dopo aggiunto tutto il sale si fa bollire per circa mezz'ora. Il liquido diviene azzurro cupo mentre si deposita una massa in aghetti incolori. Si filtrano, si lavano con alcool e si fanno asciugare: gr. 0,8 di pro-

(¹) Fosse, Bull. Soc. chim. [3], 27, 506.

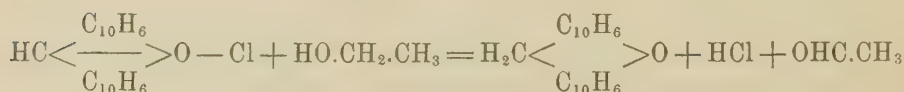
dotto greggio. Cristallizzato ripetutamente dal benzene si ha in splendidi aghi incolori fondenti a 203-204°. Corrispondono al di-naftoxantene:



Analisi. Per cento:

	Trovato	Calcolato
C	89,45	89,36
H	4,86	4,96

La formazione di questo composto si può rappresentare collo schema:



Essa avverrebbe in modo del tutto analogo a quello col quale, secondo Fosse⁽¹⁾, il bromuro di dinafto-xantidrola, decomponendosi per azione dell'alcool, forma appunto il dinafto-xantene, un composto di proprietà esattamente corrispondenti al nostro.

L'alcool, di intenso colore azzurro, dal quale cristallizzò il composto, fu concentrato fino a piccolo volume e nel distillato fu, difatti, riscontrata la presenza di notevole quantità di aldeide acetica, riconosciuta sia all'odore che col reattivo di Schiff.

Agendo con alcool *a caldo* sul sale d'ossonio si forma dunque esclusivamente e con rendimento quasi teorico di-naftoxantene. Abbiamo visto che anche per azione dell'alcool *a freddo* si ha tenue quantità di questo composto, ma che la trasformazione procede prevalentemente nell'altro modo.

Picrato. Soluzioni benzeniche miste del derivato ora descritto e di acido picrico depongono un picrato in laminette giallo-rosse fondenti a 188°, che presentano tutti i caratteri del picrato di dinafto-xantene.

Altri esperimenti relativi all'aldeide β -ossinaftoica sono in corso di studio e su questi riferiremo in altra nota.

(¹) Bull. Soc. chim. [3], 27, 515.

Chimica agraria. — *Sull'Ampelosterina e sui suoi derivati* ⁽¹⁾.

Nota di G. SANI, presentata dal Socio G. KOERNER.

Tanto più numerosi saranno i dati che si avranno intorno alle fitosterine che si incontrano in natura, tanto più facile sarà giungere a stabilire le relazioni che legano queste sostanze che non è improbabile debbano fra loro differenziarsi, specie quando si estraggano da semi o da frutti di piante appartenenti a famiglie lontane, nella stessa guisa che vediamo variare in parte la natura o il rapporto dei gliceridi che accompagnano le fitosterine. Nell'olio dei vinaccioli, ad esempio, dal quale ho estratto la fitosterina il cui studio forma argomento della presente Nota, si contiene il gliceride dell'acido erucico, mentre altri grassi, estratti da altre piante, si differenziano e caratterizzano per altre sostanze ivi contenute.

Fu precisamente nel desiderio di portare un modesto contributo allo studio di queste interessanti sostanze, che ho intrapreso le mie ricerche sulla fitosterina dell'olio dei vinaccioli estraendola col procedimento indicato dal Bömer ⁽²⁾ da olio di vinaccioli ottenuto per pressione a caldo ed avente a 25° un indice di refrazione pari a 65°.

Ma come ho incontrato nella preparazione della fitosterina dell'olio di olivo, anche qui si ha insieme un'altra sostanza non saponificabile, di colore giallo ranciato, che si differenzia da quella che accompagna la fitosterina dell'olio di olivo per avere consistenza solida, rendendo così sommamente difficile la purificazione della fitosterina cercata, pel fatto di essere ambedue le sostanze solubili negli stessi solventi.

Ho dovuto, per riuscire nell'intento, fare ricorso alla cristallizzazione frazionata (se è permessa l'espressione), separando cioè le prime porzioni di sostanza depositantesi dal solvente ancora tiepido e lasciandolo poi cristallizzare completamente a freddo. Questa via lunga, che mi ha fatto perdere una notevole quantità di materiale, non poteva essere sostituita che dalla separazione meccanica delle sostanze cristallizzate insieme, apprendendosi il materiale inquinante in sferule frammischiate intimamente coi cristalli della fitosterina, ma certo senza vantaggi.

La sostanza purificata per successive cristallizzazioni da alcool e da etere si presenta sotto forma di aggregati di pagliuzze con splendore setaceo, più

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica agraria del Regio Istituto Superiore Agrario di Perugia.

⁽²⁾ A. Bömer, Zeit. für Untersuchung der Nahrungs und genussmittel 1901. vol. I, pag. 38.

o meno sviluppate a seconda della concentrazione delle soluzioni poste a cristallizzare; fonde a 129°-130°. Sciolta in cloroformio e trattata con H^2SO^4 concentrato colle norme del Salkowski, il cloroformio si colora prima in rosso ciliegia e l' H^2SO^4 in giallo, poi più scuro diventa il rosso del cloroformio per passare, per gradi, al violetto intenso, mentre l'acido solforico assume colorazione rossa con fluorescenza verde ed il cloroformio ha fluorescenza porporina.

La sostanza perde acqua quando viene scaldata già presso gli 80° come si rende evidente nella determinazione del punto di fusione. Una porzione di gr. 0,8544 scaldata in tubo Liebig a 80°-85°, in corrente d'aria secca fino a costanza di peso, perdette gr. 0,0406 di acqua; ora calcolando per una molecola di acqua di cristallizzazione, avrebbe dovuto perdere gr. 0,0396 di acqua.

La sostanza anidra venne sottoposta alla analisi elementare e fornì i seguenti risultati:

Da gr. 0,252 si ebbero gr. 0,7725 di CO^2 e gr. 0,2746 di H^2O per cui si ha

Trovato		Calcolato $\text{C}^{26} \text{H}^{43} \text{O} \text{H}$	
C =	83,61 %	C =	83,87 %
H =	12,11 "	H =	12,36 "

Mi parve inutile il ripetere l'analisi elementare su la sostanza idrata, tanto più che cogli abituali metodi di essiccamento essa perde facilmente acqua di cristallizzazione e dovrebbe corrersi il pericolo di analizzare una sostanza secca all'aria, il che non è rigoroso.

Della sostanza venne determinato il potere rotatorio specifico sciogliendone gr. 2,487 in 25 cm^3 di cloroformio a 15° ed osservando al polarimetro in tubo di 100 mm di lunghezza, si ottenne una deviazione a sinistra uguale a — 3°,4' per cui si calcola:

$$(\alpha) D^{15} = -30^{\circ},45'$$

il potere rotatorio specifico di questa fitosterina è, come si vede, inferiore a quello della colesterina ordinaria, mentre è maggiore del potere rotatorio specifico della fitosterina dell'olio d'olivo (1).

Benzoato. — Ho preparato il benzoato scaldando la sostanza anidra con una quantità di anidride benzoica un poco superiore al suo peso equimolecolare per 5 o 6 ore alla temperatura di 140°-145°. Purificai la massa fusa con cristallizzazioni da alcool ed etere ed ottenni un prodotto che allo stato di purezza si presenta sotto forma di cristalli brillanti, incolori, fondenti a 145°. Il prof. Artini mi comunica i risultati delle sue osservazioni che non

(1) Staz. Agr. Ital. 1902, vol. XXVV, fasc. IX.

poterono essere complete per la natura dei cristalli stessi, ma che non mancano però d'interesse per ciò che esso potè concludere; eccoli:

« La sostanza si presenta cristallizzata in squamette o lamelle rettangolari sottilissime, fragili, un po' flessibili, affatto disadatte ad uno studio cristallografico completo; ho variato il solvente senza riuscire ad ottenere di meglio.

« Probabilmente la sostanza è trimetrica:

$$a : b = 0,735 : 1$$
$$(110) (010) = 53^{\circ} 42'.$$

« I cristallini sono tabulari avendo $\{010\}$; le facettine di $\{110\}$ sono strettissime, ma nitide e abbastanza ben misurabili; agli altri due lati le laminette son terminate o da acute cuspidi allineate a denti di sega, o da facce di imperfetta sfaldatura. Le misure di queste facce di sfaldatura sulla $\{010\}$ non diedero alcun risultato costante ed attendibile.

« Una sfaldatura facile e perfetta si fa invece secondo $\{010\}$.

« Il piano degli assi ottici è sensibilmente parallelo a $\{010\}$; una bisettrice, che credo l'acuta, negativa, coincide, almeno per quanto si può rilevare, coll'asse $[z]$; perciò sulle laminette $\{010\}$ lo spigolo del prisma è direzione di massima elasticità ottica.

« Non essendo i cristalli terminati, ed essendo rese assai malagevoli le ricerche ottiche dalla estrema sottigliezza dei cristallini, è impossibile decidere se la sostanza sia veramente trimetrica, o monoclina pseudo-trimetrica.

« È esclusa ogni relazione col benzoato dalla colesterina ordinaria; non trovo alcuna analogia nemmeno col benzoato della fitosterina dell'olio d'oliva altra volta studiato: ⁽¹⁾ ma i cristalli sono tanto imperfetti che dal loro studio, necessariamente incompleto, non si possono trarre conclusioni assolute ».

Certo è dunque che l'esame cristallografico permette di stabilire che non si tratta di una sostanza identica nè alla fitosterina dell'olio di olivo da me studiata, nè alla colesterina ordinaria.

Acetato. — Venne da me preparato facendo bollire la fitosterina anidra con anidride acetica, il prodotto dopo eliminazione dell'eccesso di anidride venne cristallizzato con alcool assoluto ottenendo, dopo ripetute cristallizzazioni, un materiale sotto forma di minutissimi aghi brillanti che da soluzioni diluite si ottengono abbastanza sviluppati, che si alterano già a 100° per fondere completamente a 105° - 106° .

È mia intenzione di occuparmi prossimamente dello studio della sostanza che accompagna la fitosterina dell'olio dei vinaccioli, e di estendere ancora le ricerche su questo.

⁽¹⁾ Stazioni Agrarie, loco citato.

Paleontologia. — *Contributo allo studio del Trias superiore del Montenegro.* Nota di DOMENICO DEL CAMPANA, presentata dal Socio C. DE STEFANI.

Nell'estate del 1902 il dott. Martelli, recandosi in escursione geologica al Montenegro, raccolse nelle località di Monte Zijovo, Monte Kugni nella Kosticia, Vila Prasiza e Maia Linersit in territorio Albanese, il materiale paleontologico che ha fornito soggetto alla presente Nota.

Invitato dall'amico e collega ad illustrare i fossili da lui raccolti, ed ora noti per la prima volta, in quella località, ben volentieri accettai l'incarico.

Dirò in primo luogo, secondo le affermazioni di Martelli, che i calcari onde è costituita la Kosticia lungi dall'esser privi di fossili, contengono avanzi di *Megalodon*, talvolta così numerosi, da rendere la roccia una vera e propria lumachella; verso la cima del monte si ha anche il calcare con frammenti di *Encrini* e di *Corallari*.

I *Megalodon* si trovano al Monte Zijovo, a Vila, tra Maia, Vila ed Ibala, a Brac-i-Samarit con molta frequenza; ed è a deplorarsi che la fossilizzazione delle conchiglie sia avvenuta in modo da renderne difficile l'isolamento, poichè avremmo potuto riscontrare una fauna, se non molto numerosa, certo più ricca di quanto non sia apparsa.

Della Kosticia ho potuto esaminare queste forme:

Megalodon sp.

Encrinus sp. cfr. *Encrinus moniliformis* Mill.

Del Monte Zijovo le specie studiate sono le seguenti:

Megalodon Damesi Hoern. (Forma del Dachstein).

" *Gümbelii* Stopp (*Megalodon triqueter* Hoern. pars; forma del Dachstein).

Forma del Dachstein ritenuta dall'Hoernes intermedia tra il *Megalodon Damesi* Hoern. ed il *Megalodon Tofanae* Hoern.

Alla località di Vila appartiene una:

Hologira sp. cfr. *Hologira fastigiata* Stopp (forma del Trias d'Esino).

Finalmente della Maja Linersit, oltre a *Megalodon* sp., ho due forme di *Pecten* che non ho potuto avvicinare ad alcuna specie nota, data la loro cattiva conservazione.

Encrinus sp. cfr. *Encrinus moniliformis* Mill.

Il calcare che sostituisce la sommità del Monte Kugni fra la Kosticia ed il confine meridionale Albanese-Montenegrino, contiene mal conservati

numerosi avanzi di crinoidi, tra i quali se riusciamo a riconoscere frammenti più o meno grandi di peduncoli e resti di calici, difficile riesce per altro il darne una classificazione esatta, stante il grado di deficiente conservazione in cui si trovano.

Per questo appunto io non ho potuto riferire con certezza all'*Encrinus moniliformis* Mill. un tratto di peduncolo, il quale mostrava per altro affinità colla specie ricordata, specialmente per le sinuosità e corrispondenti rilievi che presentano le superficie di contatto degli entrochi.

Megalodon Damesi, Hoernes.

1880. *Megalodus Damesi*, Hoernes, *Materialen zu einer Monographie der Gattung Megalodus*, pag. 33, tav. II, fig. 2; tav. III, fig. 1; tav. V, figg. 2 e 3; tav. VI, fig. 1; tav. VII, fig. 2, non tav. IV, fig. 1 (Kais. Ak. der Wiss. Wien).

Credo di dovere indicar così diversi esemplari i quali offrono notevole somiglianza colle forme giovanili della specie figurate dall'Hoernes.

A questi ho riunito pure un frammento di grosso esemplare, il quale sebbene ridotto ad una sola valva non ben conservata, mi è sembrato offrisse caratteri tali da non doverlo tener disgiunto dal *Megalodon Damesi* Hoern., sia per la conformazione della valva e della lunula, sia per i caratteri che presenta la cavità posteriore della conchiglia.

Il *Megalodon Damesi* Hoern. ha conchiglia ovale non troppo ingrossata, ornata da strie concentriche. A differenza di quanto si osserva in altre specie di *Megalodon*, le valve sono nella nostra presso che uguali; gli umboni si ricurvano sopra lo spazio occupato dalla lunula, sino a toccarsi; la depressione posteriore ha forma ovale allungata, e non si presenta troppo profonda; la lunula è semisferica e in generale non troppo estesa.

Uguali caratteri si riscontrano negli esemplari più sviluppati.

Tra le forme che offrono somiglianze facilmente apprezzabili colla nostra, è da notare specialmente il *Megalodon Cassianus* Hoern., che diversifica dal *Megalodon Damesi* Hoern. per avere una conchiglia più globosa, ed un'area cardinale più slargata.

Anche il *Megalodon Tofanae* Hoern. si avvicina alla specie descritta, ma la conchiglia è più globosa, la lunula marcatamente cordiforme, spesso assai larga e la depressione posteriore situata un po' più in basso, perchè nel *Megalodon Tofanae* Hoern. il contatto tra gli umboni delle valve si fa prima ed è forse più esteso.

Una terza forma pure vicina al *Megalodon Damesi* Hoern. e dall'Hoernes giustamente ritenuta come intermedia tra questa e il *Megalodon Tofanae* Hoern., diversifica dalla nostra più specialmente perchè gli umboni non si toccano affatto; circostanza la quale dà luogo anche ad una depressione posteriore diversa.

Gli esemplari di *Megalodon Damesi* Hoern. da me descritti, furono trovati a Zijovo presso la cima, nel fianco S. E. Le forme tipiche poi che servirono all'Hoernes per istituire la nuova specie, furono rinvenute nel Dachsteinkalk e nella valle di Travernanz presso Ampezzo.

Megalodon sp. intermedia tra il *Megalodon Damesi* Hoernes
e il *Megalodon Tofanae* Hoernes.

1880. Zwischenformen zwischen *Megalodus Damesi* und *Megalodus Tofanae*, Hoernes, *Materialien*, pag. 34, tav. III, figg. 2, 5; tav. IV, fig. 2; tav. VI, fig. 2.

Questa forma fu già riconosciuta dall'Hoernes come intermedia tra il *Megalodon Damesi* Hoern., e il *Megalodon Tofanae* Hoern., perchè ricorda pei suoi caratteri, ora l'una, ora l'altra di queste due specie.

Dalle osservazioni che ho potuto fare non solo sull'unico e non molto ben conservato esemplare di Monte Zijovo (fianco S. W.) che avevo a disposizione, quanto sulle varie figure date dall'Hoernes, credo che la forma da lui descritta, costituisca invero una specie la quale non ostante le affinità che mostra colle due ricordate sopra, pure ne va tenuta distinta per più caratteri.

È da notare in primo luogo che mentre nei piccoli individui di *Megalodon Damesi* Hoern. gli umboni si toccano, nei più grossi invece, secondo le figure dell'Hoernes, vanno leggermente allontanandosi l'uno dall'altro.

Questo carattere si nota anche più accentuato nel *Megalodon* di cui ci occupiamo (cfr. specialmente a tav. VI la fig. 2, op. cit. in sinonimia), la cui depressione posteriore, sebbene ricordi da vicino quella del *Megalodon Damesi* Hoern., pure è più estesa in lunghezza per la diversa disposizione degli umboni.

Un carattere poi che distingue assai bene, a quanto mi sembra, le due forme in questione, si riscontra nella lunula. Se si osservano le figure di *Megalodon Damesi* date dall'Hoernes, si nota che la lunula si mantiene sempre circolare anche negli esemplari adulti; in una sola forma (fig. 16, tav. IV) la lunula è cordiforme, ma l'Hoernes dice trattarsi di un esemplare non tipico.

Resta ora a vedersi in quali relazioni si trovi il *Megalodon* che stiamo studiando, col *Megalodon Tofanae* Hoern.

In generale le forme attribuite dall'Hoernes a questa specie, hanno conchiglia più allungata, mentre nel *Megalodon* nostro tal carattere non si presenta così spiccato.

Non accenno alla diversa disposizione degli umboni nel *Megalodon Tofanae* Hoern., poichè, a quanto sembra, l'Hoernes non crede di doversi su ciò troppo basare nella classificazione.

Osservo peraltro che vi è nella parte anteriore della conchiglia una differenza di conformazione la quale tiene distinto assai bene il *Megalodon*

Tofanae Hoern. In questo, infatti, attorno alla lunula le valve hanno sempre un'incavatura, quasi come una seconda lunula in cui la prima è inclusa, e che talvolta è meno appariscente, tal'altra invece, cioè negli esemplari più sviluppati, si mostra assai estesa e ben visibile.

Questo carattere non si osserva nella forma intermedia dell'Hoernes, come lo mostrano chiaramente anche i profili delle valve dati da questo autore e da me citati in sinonimia.

Megalodon Gümbelii, Stopp.

1862. *Megalodon triqueter* Gümb. Gümbel. Die Dachsteinbivalve (*Megalodon triqueter*) und ihre Alpinen Verwandten, pag. 362, pars. tav. I, II, III, figg. 1-3 (Kais. Ak. d. Wiss. Wien, Bd. XLV).
1860-65 " *Gumbelii*-Stoppani-Appendice sur les grandes bivalves cardi-formes aux limites supérieures et inférieures de la zone à *Avicula contorta* (Pal. Lombarde), pag. 252, tavv. 56-57.
1880 " " Hoernes-*Materialen*, pag. 17.

Specie rappresentata da un solo esemplare di piccole dimensioni ridotto ad un modello interno, proveniente dal fianco S. E. del Monte Zijovo.

Secondo il parere dell'Hoernes ⁽¹⁾, le forme descritte dallo Stoppani sotto il nome nuovo di *Megalodon Gümbelii* comprendono altresì forme riferibili al *Megalodon complanatus* Gümbel, che lo Stoppani ritenne come semplice varietà della specie istituita da lui, contrariamente all'Hoernes il quale la considera come ben distinta.

Dall'altro lato, secondo l'Hoernes, vanno riferite al *Megalodon Gümbelii* Stopp. varie delle forme descritte dal Gümbel come appartenenti al *Megalodon triqueter* Wulf.

Dopo aver paragonato il mio esemplare colle figure di *Megalodon Gümbelii* Stopp., date dallo Stoppani (op. cit., cfr. specialmente la fig. 9 a tav. 56), e colle altre di *Megalodon triqueter* Gümb., date dal Gümbel, e che l'Hoernes vuole riferite alla prima delle due specie ora citate, ho dovuto riconoscere esser giusto il parere dell'Hoernes ed ho senz'altro ascritto il mio esemplare al *Megalodon Gümbelii* Stopp.

Quanto alla distinzione fatta dall'Hoernes del *Megalodon complanatus* Gümb. dal *Megalodon Gümbelii* Stopp., se si deve giudicare dalle figure date dai rispettivi autori e tener conto della variabilità di tipo che il *Megalodon Gümbelii* Stopp. può presentare, non mi sembrerebbe che tra le due forme le differenze fossero tali da dar loro un valore assolutamente specifico, ma soltanto di varietà. Se il confronto diretto dei diversi esemplari avvalorasse tale ipotesi, dovrebbesi, secondo me, dare alla presente specie il nome più antico di *Megalodon complanatus* Gümb.

(1) Op. cit. in sinonimia, pag. 13, tav. I, fig. 8.

Megalodon sp.

Pongo sotto questa indicazione varie sezioni di conchiglie che si riscontrano nei calcari di Vila, Maja Linersit, Monte Zijovo, Monte Kugni Kostici e Brac-i-Samarit.

Le dimensioni di questi esemplari sono variate, e dalla diversità di forma sembrerebbe che si avessero con probabilità anche delle specie diverse a quelle già viste.

In alcuni casi le dimensioni sono piuttosto sviluppate; una sezione di valva, comprendente pure l'umbone, ha un diametro approssimativo di cm. 16 ed offre una certa analogia, specialmente per la conformazione dell'umbone, col *Megalodon Seccoi* Par. del Trias superiore del Bassanese (1). Lo stato di conservazione e il modo con cui l'esemplare si è fossilizzato, come mi hanno impedito di isolarlo, così non mi hanno permesso di fare minuziose indagini sulla specie cui potesse essere riferibile.

Il dott. Martelli mi assicura di aver trovato nei calcari triassici della Kostiza, presso Brac-i Samarit, sezioni di *Megalodon* anche maggiori di quella da me esaminata.

Pecten sp.

Mi limito ad indicare così alcune impronte di *Pecten* trovate nel calcare a *Megalodon* presso la cima della Maja Linersit ad occidente. Nessun particolare della forma delle valve o delle orecchiette resta visibile; si nota però che gli ornamenti consistevano in coste nettamente scolpite e a quanto sembra regolarmente distribuite tra loro, con sezione rettangolare. Alcune coste sembrano percorse nel senso della lunghezza da un piccolo solco mediano, carattere dovuto con probabilità allo stato di conservazione dell'impronte, le quali non si presentano suscettibili d'essere ravvicinate ad alcuna delle specie note.

Pecten sp.

Impronta di valva meno bene conservata della precedente, e come questa ritrovata nel calcare a *Megalodon* della Maja Linersit.

Le coste sembra fossero piuttosto sottili, uniformemente distribuite, alternate con spazi più larghi di esse.

Nessun altro carattere può notarsi nell'esemplare di cui parlo, che per l'imperfetta conservazione non può riunirsi ad alcuna delle specie note.

Hologyra sp. cfr. *Hologyra fastigiata*, Stopp.

L'esemplare che qui considero fu raccolto sotto Vila a S. O. ed è ridotto al solo modello interno della conchiglia. Per le somiglianze che mostra

(1) Parona, *Contributo allo studio dei Megalodonti* (Atti della Società Italiana di Scienze Naturali, vol. XXX, pag. 5, tav. I, II, III). Milano 1888.

colla *Hologyra fastigiata* Stopp., ho creduto di doverlo avvicinare a quella specie, al pari della quale ha gli anfratti rapidamente accresciuti e tali da dare alla conchiglia quasi la stessa forma globosa.

Confrontando però le due specie e tenendo conto che nel mio esemplare manca il guscio, mi sembra che questo, quando si trovava al completo, dovesse avere i giri della spira maggiormente convessi, e quindi conchiglia più decisamente mammillare che la *Hologyra fastigiata* Stopp.

Dell'apertura boccale nessun confronto posso istituire perchè nel mio individuo questa è completamente invisibile a cagione del cattivo stato di conservazione; invece ho notato che il ripiegamento esterno del callo, è nell'esemplare del Montenegro più sviluppato che nella forma studiata dallo Stoppani.

L'autore citato porta da 4 a 5 il numero dei giri che costituiscono la sua specie; nell'individuo che ho sott'occhio ne ho potuti contare fino a 4, però paiono meno ricoperti gli uni dagli altri, e la spira sembra un poco più alta di quella della *Hologyra fastigiata* Stopp. Non bisogna per altro trascurar di notare che nell'individuo di cui parlo manca, come già ho avvertito, il guscio, circostanza questa che può far variare notevolmente la forma generale della conchiglia, e che mi ha convinto a ravvicinare soltanto il mio esemplare alla specie dello Stoppani senza venire ad una classificazione decisiva (1).

Anche il Böhm, descrive e figura tra i Gasteropodi della Marmolata una forma da lui ascritta alla specie dello Stoppani; avendovi confrontato per altro l'esemplare del Montenegro, ci sembra che esso si avvicini a quella forma anche meno che a quelle tipiche figurate dallo Stoppani. Le stesse figure del resto date da questi due autori non sembra concordino tra di loro troppo esattamente (2).

Zoologia. — *Il cranio dei Teleostei in rapporto al loro genere di vita.* Nota di FELICE SUPINO, presentata dal Socio B. GRASSI.

Fisiologia. — *Ricerche sulla riproduzione dei Flagellati.*
II. *Processo di divisione delle Triconinfe e forme affini.* Nota preliminare della dott.^{sa} ANNA FOÀ, presentata dal Socio GRASSI.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

(1) Cfr. Stoppani *Studi Geologici e Paleontologici sulla Lombardia*, pag. 360, Milano, Turati, 1857; *Les pétrifications d'Ésino*, pag. 48, tav. 11, figg. 11-16, Milano, Bernardoni, 1858-60.

(2) Böhm, *Die Gastropoden des Marmolatakalkes*, pag. 250. tav. XV, fig. 1 (*Paleontographica*, Beiträge zur Naturgeschichte der Vorzeit, Zweihundvierzigster Band, Stuttgart, 1895).

Parassitologia. — *Sopra la particolare localizzazione di una colonia batterica nel tubo digerente della larva della mosca olearia.* Nota di L. PETRI, presentata dal Corrispondente G. CUBONI.

Invitato dal prof. G. Cuboni a compiere qualche ricerca relativamente all'eventuale presenza di parassiti, sia animali che vegetali, nel corpo della larva della mosca olearia, sono giunto a un primo risultato che riguarda una particolarità biologica per quanto mi consta non ancora notata, e quindi meritevole di un cenno illustrativo anche perchè il problema della scelta dei mezzi distruttivi dell'insetto in questione è oggi più che mai strettamente collegato alla conoscenza della sua biologia.

Isolando per mezzo della dissezione il tubo digerente di una larva di *Dacus Oleae*, sono visibilissime anche a occhio nudo quattro grandi sacche sferoidali di circa $\frac{1}{4}$ di mm., di un color bianco opalescente, le quali sono poste al principio della regione anteriore del mesenteron. Questi ciechi gastrici a piccolo ingrandimento appariscono quasi opachi, completamente ripieni di una sostanza finamente granulare che per trasparenza è di un color fuligineo chiaro. Quando si produca una pressione sopra le quattro tasche, il contenuto di queste si versa nel mesenteron e mostrasi circondato da una membrana anista.

Esaminando a forte ingrandimento la sostanza granulare è facile persuadersi che si tratta di una colonia di batteri, colonia suddivisa nelle quattro tasche e che presentandosi del tutto uniforme è da ritenersi probabilmente costituita dallo sviluppo di una sola specie.

Questi batteri riempiono completamente i ciechi proventricolari, i quali non presentano traccia alcuna di sostanze ingerite. La presenza di questi microorganismi è stata da me constatata in larve di tutte le età e provenienti da olive di località diverse distanti fra loro, cosicchè questo fatto può ritenersi come generale per la larva della mosca olearia, avuto anche riguardo ai caratteri così ben definiti e costanti coi quali si presenta.

Col cessare del periodo larvale i batteri vengono espulsi nell'intestino e da questo all'esterno. Se questa espulsione avvenga in modo del tutto completo è difficilissimo se non impossibile poter constatare con sicurezza; è certo che per quante ninfe io abbia esaminato, non mi è riuscito di scuoprare fra i prodotti dei processi interni della ninfa alcuna traccia di batteri.

I tentativi per isolare il batterio in questione e per coltivarlo su mezzi artificiali sono ancora al loro inizio, come pure le altre ricerche per determinare il significato e l'importanza biologica del fatto ora segnalato.

Adunanza dell'Associazione internazionale delle Accademie tenutasi a Londra nel maggio 1904.

Il Socio G. Ciamician incaricato dalla Presidenza dell'Accademia di rappresentare in unione al Socio U. Balzani, i Lincei all'Assemblea dell'Associazione internazionale delle Accademie tenutasi a Londra nello scorso maggio, riferisce intorno ai lavori compiuti.

L'Associazione internazionale delle Accademie ha tenuto quest'anno la sua seconda assemblea generale in Londra dal 25 al 27 maggio. L'onore di rappresentare l'Accademia dei Lincei a questa Assemblea è toccato per vostra benevola delegazione al Socio conte dottor Ugo Balzani per la Classe di scienze morali, ed a me per la Classe di scienze fisiche. Compio il dovere di riferire all'Accademia intorno ai risultati della riunione di Londra per la parte relativa alle scienze fisiche.

Adunatasi a sezioni riunite nelle sale della Royal Society a Burlington House, i Delegati procedettero alla costituzione della Presidenza nominando a Presidente Sir Michael Foster; a Vicepresidente Lord Reay; a Segretari i delegati Krumbacher, de Lapparent, Waller; a Presidenti d'onore i delegati Diels, Darboux, Bakhuyzen ed il nostro collega Balzani.

Si presero quindi, sempre in assemblea generale, le seguenti deliberazioni:

1. Modificazione allo Statuto dell'Associazione, fissando che d'ora innanzi il Presidente dell'Assemblea sarà nominato dall'Accademia Direttrice, e così il Vicepresidente il quale dovrà appartenere all'altra sezione. Nel caso che l'Accademia Direttrice abbia una sola sezione, l'Associazione confiderà la nomina del Vicepresidente ad un'altra Accademia.

2. Espressione della massima che siccome l'iniziativa di ogni nuova organizzazione internazionale, da mantenersi con sovvenzioni dei diversi Stati, richiede di essere esaminata accuratamente per quanto si riferisce al suo scopo e alla sua importanza, è desiderabile che le proposte tendenti a stabilire siffatte organizzazioni siano sottoposte alla Associazione internazionale delle Accademie prima di ogni atto definitivo.

3. Riconoscimento da parte dell'Assemblea della grande importanza del Catalogo internazionale della letteratura scientifica, e dell'interesse di aiutarne l'opera col farlo conoscere, e col contribuire a completarlo invitando le varie Accademie a compilare gl'indici delle loro memorie scientifiche, man mano che si pubblicano, secondo il sistema adottato dalla Società Reale di Londra. E qui giova mettere in rilievo la notizia, data da uno dei delegati inglesi, l'onorevole Bryce, il quale annunciò che l'Accademia Britannica si

prepara a intraprendere la pubblicazione di un catalogo simile per la filologia ed altri rami del sapere all'infuori delle scienze naturali.

4. Preghiera alla Associazione di rinnovare l'incarico dato alla Accademia delle scienze e a quella di scienze morali e politiche di Parigi, e alla Accademia delle scienze di Berlino, di preparare una edizione delle opere di Leibniz, e di invitare le stesse Accademie a compiere in tempo per esser presentato alla futura Assemblea della Associazione nel 1907, un catalogo critico dei manoscritti di Leibniz di cui il materiale è già raccolto.

Finalmente l'Assemblea generale proclamò Vienna a sede della futura riunione, l'Accademia imperiale di Vienna divenendo perciò Accademia Direttrice per il prossimo triennio.

La sezione di scienze fisiche si riunì il 26 maggio sotto la presidenza del prof. sir Michael Foster. La discussione intorno ai diversi argomenti, che si trovavano all'ordine del giorno condusse alle seguenti deliberazioni:

1. Si raccomanda alle diverse Accademie, che fanno parte dell'Associazione internazionale, di proporre ai rispettivi Governi la creazione di istituti speciali per lo studio del sistema nervoso centrale o di speciali sezioni in istituti già esistenti, là dove una simile organizzazione non fosse già in vigore. Il Comitato centrale per lo studio dell'anatomia del cervello ha facoltà di aggregarsi altri membri nel modo indicato nella relazione della Commissione speciale per lo studio del cervello.

2. Si nominerà una Commissione speciale per avvisare al modo migliore di mettere in accordo con le vedute dell'Associazione internazionale delle Accademie, le già esistenti istituzioni relative allo studio dei fenomeni sismici.

3. L'Associazione delle Accademie, vista la comunicazione indirizzata dal Congresso internazionale di geologia tenutosi a Vienna nel 1903, delibera di sollecitare l'intervento dell'Associazione geologica internazionale, perchè questa promuova un lavoro collettivo di tutti i paesi civili per lo studio dei seguenti problemi:

Determinazione esatta di livelli in regioni montuose soggette a terremoti allo scopo di stabilire se esse subiscono dei sollevamenti o degli avvallamenti.

Eseguire misure sulla gravità nell'intento di chiarire la questione intorno alla distribuzione della massa nell'interno della terra ed alla rigidità della crosta terrestre, in quanto queste misure possono interessare la geologia.

4. L'Associazione nominerà una Commissione incaricata di preparare un piano di ricerche sull'elettricità atmosferica e di organizzare possibilmente questo lavoro internazionale per la durata di due anni.

5. L'Associazione nominerà una Commissione speciale per studiare quali sieno i metodi più adatti per fare delle osservazioni magnetiche in alto mare, allo scopo di eseguire un rilievo magnetico lungo un circolo parallelo di latitudine.

6. L'Associazione stabilisce che venga accettata la relazione della Società Reale di Londra riguardante la misura dell'arco africano sul 30^{mo} meridiano, raccomandando un'azione diplomatica per estendere all'Egitto l'arco di Struve e sperando che il Governo tedesco estenderà la misura dell'arco lungo il lago di Tanganjika.

7. Si passa poi alla nomina delle seguenti commissioni.

Per l'istituto Marey:

Lippmann, Lévy, Amagat, Richet, Einthoven, Grützner, Langendorff, Schenck e Athanasiu.

Per la suddetta Commissione sismologica, vengono nominati:

Schuster (Presidente), Helmert, de Lapparent, Mojsisovics, Agamennone, Karpinski e Mendenhall.

Per lo studio dei fenomeni elettrici dell'atmosfera:

Franz Exner (Presidente), Arrhenius, Ebert, Mascart, Riecke, Righi e Schuster.

In fine per le misure magnetiche lungo un circolo parallelo:

Von Bezold (Presidente), Kelvin, Mascart, Paulsen, Rykačev, Bauer, Liznar, Palazzo, Sir Arthur Rücker, Wieckert.

Ciascuna delle Commissioni ha facoltà di aggregarsi altri membri, che però non hanno diritto di voto, ed inoltre di provvedere alle eventuali vacanze che avessero a verificarsi, salvo l'approvazione dell'Associazione internazionale delle Accademie.

Tutte queste deliberazioni vennero approvate dall'assemblea generale, che si riunì una seconda volta il 27 maggio ed alla quale parteciparono tutti i delegati.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Nella seduta del 20 novembre 1904, venne letta dal Corrispondente E. MILLOSEVICH, a nome anche del Corrispondente A. RICCÒ, una Relazione sulla Memoria del dott. A. BEMPORAD, avente per titolo: *L'assorbimento selettivo dell'atmosfera terrestre sulla luce degli astri*; la Relazione concludeva col proporre l'inserzione di questo lavoro negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, poste ai voti dal Presidente, furono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario CERRUTI presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle del Socio straniero G. DARBOUX, della Società di scienze na-

turali di Budapest, e facendo particolare menzione della prima parte della *Raccolta di opere matematiche* del defunto Socio straniero L. FUCHS, edite per cura di R. FUCHS e L. SCHLESINGER.

CORRISPONDENZA

Il Socio PIROTTA dà alcune notizie sul Congresso internazionale di Botanica, che si terrà a Vienna nel giugno del prossimo anno, rilevando come in detto Congresso verrà trattata la importantissima questione della unificazione della nomenclatura, sia dal punto di vista scientifico, sia da quello dei rapporti internazionali.

Il Segretario CERRUTI dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la Società Reale di Londra; la Società geologica di Sydney; il Museo di storia naturale di Amburgo; le Società zoologiche di Amsterdam e di Tokyo; la Società geografica del Cairo; l'Istituto Smithsonian di Washington; l'Osservatorio di San Fernando.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 4 dicembre 1904.

Darwin G. H. — A Tengerjárás és Rokontünemények Naprendszerünkben.

(Természeit. Könyv.-Vállalat. A M. Tud. Akad. segit. kiadja a K. M.

Termes. Tars. LXXIII: ford. Radó-Loránd). Budapest, 1904. 8°.

Fuchs L. — Gesammelte mathematische Werke, herausg. von R. Fuchs und L.

Schlesinger. Erster Band: Abhandlungen (1858-1875). Berlin, 1904. 4°.

György A. — Vándor-utam Azsia szivébe. (Termeszt. könyvkiadó Vállalat.

A M. Tud. Akad. segit. kiadja a K. M. Termész. Társulat LXXII).

Budapest, 1909. 8°.

János W. — Magyarország virágos növényei. Budapest, 1903. 4°.

Memoirs of the College of Science and Engineering, Kyôto Imperial University: vol. I, n° 1. Kiôto, 1903. 8°.

Meyer (Dr.). — Die Behandlung der Tuberkulose (und andere Erkrankungen)

der Lunge, vom Darm aus. (Sonderabdruck aus "Therapeutische Monatshefte" 1904, Nov.). Berlin, 1904. 8°.

Pascal E. — Sulle condizioni invariantive perchè due binarie abbiano più

fattori lineari comuni (Dai « Rend. del R. Ist. Lomb. di sc. e lett. Ser. II, vol. XXXVII). Milano, 1904. 8°.

Publication der Norwegischen Commission der Europ. Gradmessung, Geodätische Arbeiten. Heft V. Christiania, 1887. 4°.

Report (Annual) of the Director of the National Bureau of Standards for the fiscal year ended June 30, 1903. Washington, 1903. 4°.

Stok (J. P. v. d.). — Analyse des mouvements périodiques et apériodiques du niveau de la mer. (Études des Phénomènes de marée sur les Côtes Néerland. — Kom. Nederl. Meteor. Inst. n° 80. Utrecht, 1904. 8°.

Zoltán S. — A Magyar Allattani Irodalom Ismertetése, III. 1891-1900. Budapest, 1903. 8°.

Boletín extraordinario del Consejo Superior da Salubridad. Texto en español, frances e ingles (N° 7 e N° 8). Mexico, 1904, 8°.

Darboux G. — Étude sur le développement des méthodes géométriques. Paris, 1904. 8°.

V. C.

